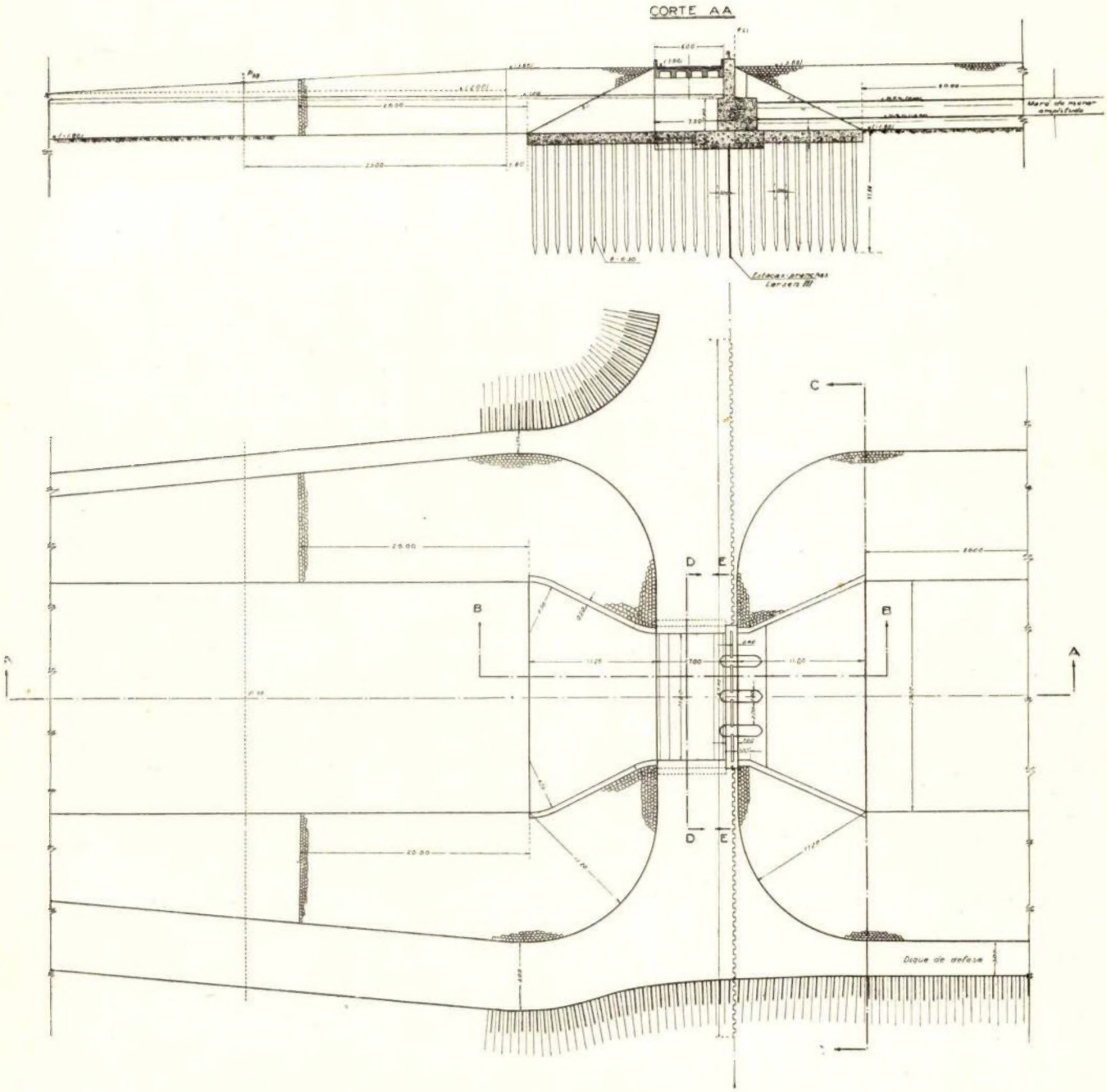


Desenho 8 E — Colector da Lezíria (Mar de Cães) — Portas da Ponta d'Erva

4 — Portas de água (Des. 8 E)

A descarga do colector faz-se através de quatro aberturas de 2,00 m × 2,50 m, de largura por altura, rasgadas em um muro frontal colocado normalmente ao eixo do colector.

As aberturas são comandadas por comportas de guilhotina, que estão fechadas quando o nível da maré está mais alto que o nível da água no colector, ou que estão totalmente abertas quando se está esgotando a rêde de enxugo.

São separadas por muros com talhamares, a que, do lado de montante se deu a forma conveniente para encaminhar a veia líquida, de modo a reduzir a contracção, e, do lado de jusante, a forma mais apropriada ao escoamento, procurando reduzir as interferências do caudal escoado por uma abertura, sôbre o caudal escoado pelas aberturas que lhe ficam contíguas.

A espessura do muro obedece à regra de que o seu valor deve estar compreendido entre 0,33 e 0,62 da largura da porta; o seu comprimento foi dimensionado para facilitar a recuperação da energia da descarga depois de passada a porta, facilitando assim a evacuação do caudal de cheia.

Como a largura total das portas é, assim, de 11,00 m, o muro frontal fica fazendo corpo com muros de espalda paralelos ao eixo do colector, em 7,00 m. de comprimento.

Para jusante e montante dêsse trôço de 7,00 m, os muros abrem para os lados, em leque, deixando os seus extremos a abertura de 20,00 m, à distância de 11,20 m, da aresta vertical em que mudam de direcção.

O muro frontal da estrutura das portas continua-se para os lados, no mesmo alinhamento, por uma fiada de estacas-pranchas de aço que se prevê descerem a 11,00 m de profundidade, contados desde a soleira das portas; lateralmente, as estacas-pranchas ficam embebidas no dique de defesa, evitando-se com a sua colocação que haja passagem da água da maré para dentro da Lezíria por debaixo das portas, ou lateralmente a elas.

Sob toda a estrutura das portas corre uma soleira de formigão, de 1,00 m de espessura, a qual é engrossada para 1,50 m na zona das portas e dos muros que as separam.

Tanto a soleira, como os muros de espalda, descarregam sôbre o terreno por estacaria de madeira, descendo também a 11,00 m contados desde a face superior da soleira.

As transições dos muros de espalda para o colector, em terra, ou para a saída do lado do mar, fazem-se por superfícies empenadas ou planas, mas sempre revestidas de pedrado.

A manobra das comportas faz-se de cima de um pontão, de 11,00 m de vão, cobrindo o trôço rectangular da saída do colector, o qual dá continuïdade à estrada agrícola que corre entre o colector e o canal de rega, permitindo a sua passagem à margem esquerda do primeiro.

Todo o conjunto da estrutura da descarga do colector é construído de formigão não armado, excepto o pontão que é de formigão de cimento armado.

APÊNDICES

1 — Capacidade regularizadora da rêde de enxugo.

2 — Estudo da descarga do colector através-das portas de água.

APÊNDICE 1

CAPACIDADE REGULARIZADORA DA RÊDE DE ENXUGO

QUADRO 1

Áreas dos elementos da rêde distribuídos uniformemente por ha

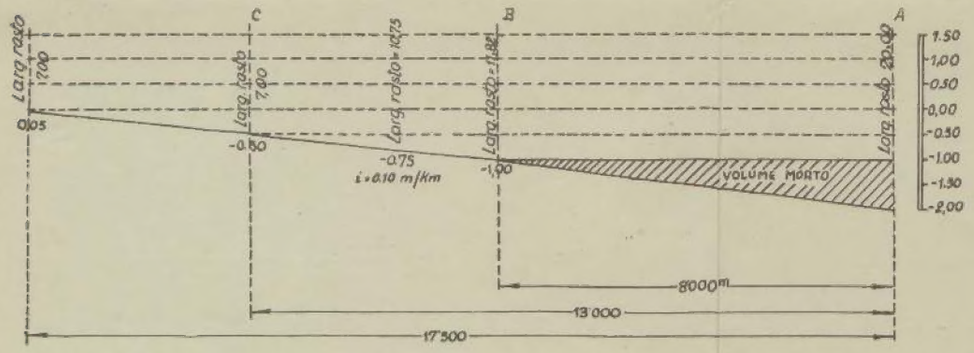
Cota da água	Sanjas			Abertas			Valas de enxugo			Valas mestras (*)		
	Altura m	Bases m	Área m²	Altura m	Bases m	Área m²	Altura m	Bases m	Área m²	Altura m	Bases m	Área m²
0,25	0	—	0	0	—	0	0,25	1,50 1,50 + 2 × 0,25 = 2,00 1/2 3,50	0,44	0,75	2,00 2,00 + 2 × 0,75 = 3,50 1/2 5,50	2,06
0,50	0	—	0	0,25	1,00 1,00 + 2 × 0,25 = 1,50 1/2 2,50	0,31	0,50	1,50 1,50 + 2 × 0,50 = 2,50 1/2 4,00	1,00	1,00	2,00 2,00 + 2 × 1,00 = 4,00 1/2 6,00	3,00
0,75	0,25	0,50 0,50 + 1 × 0,25 = 0,75 1/2 1,25	0,16	0,50	1,00 1,00 + 2 × 0,50 = 2,00 1/2 3,00	0,75	0,75	1,50 1,50 + 2 × 0,75 = 3,00 1/2 4,50	1,69	1,25	2,00 2,00 + 2 × 1,25 = 4,50 1/2 6,50	4,06
1,00	0,50	0,50 0,50 + 1 × 0,50 = 1,00 1/2 1,50	0,38	0,75	1,00 1,00 + 2 × 0,75 = 2,50 1/2 3,50	1,31	1,00	1,50 1,50 + 2 × 1,00 = 3,50 1/2 5,00	2,50	1,50	2,00 2,00 + 2 × 1,50 = 5,00 1/2 7,00	5,25
1.25	0,75	0,50 0,50 + 1 × 0,75 = 1,25 1/2 1,75	0,66	1,00	1,00 1,00 + 2 × 1,00 = 3,00 1/2 4,00	2,00	1,25	1,50 1,50 + 2 × 1,25 = 4,00 1/2 5,50	3,44	1,75	2,00 2,00 + 2 × 1,75 = 5,50 1/2 7,50	6,56
1,50	1,00	0,50 0,50 + 1 × 1,00 = 1,50 1/2 2,00	1,00	1,25	1,00 1,00 + 2 × 1,25 = 3,50 1/2 4,50	2,81	1,50	1,50 1,50 + 2 × 1,50 = 4,50 1/2 6,00	4,50	2,00	2,00 2,00 + 2 × 2,00 = 6,00 1/2 8,00	8,00

(*) A montante da Estrada do Cabo, a altura das valas mestras não pode ser de 2,00 m, para que o seu rasto não fique abaixo do do colector. Essa altura variará conforme a do colector; a capacidade manter-se-á, porém, à custa de um aumento de largura — pelo menos assim se considera neste cálculo.

QUADRO 2

Capacidade regularizadora do colector

Cota da água	Altura da água na foz m	Perfil A Na foz — Bases m	Perfil A — Área m²	Perfil B Onde a cota da rasante = (— 1,00) — Bases m	Perfil B — Área m²	Perfil C Para montante do qual o rasto é constante 7,00 m — Bases m	Perfil C — Área m²	Perfil D Correspondente ao perfil até onde sobe a água — Bases m	Perfil D — Área m²	Áreas médias m² A/B	B/C	C/D	Distâncias entre perfis km A-B	B-C	C-D	Volumes m³ A-B	B-C	C-D	Total
— 1,00	0	20,00 + 4 × 0,80 = 23,20	0	11,82	0		0		0										
— 0,75	0,25	23,20 23,20 + 4 × 0,25 = 24,20 ½ 47,40	5,93	11,82 11,82 + 4 × 0,25 = 12,82 ½ 24,64	3,08		0		0	4,50	—	1,54	8,000	—	2,500	36 000	—	3 850	39 850
— 0,50	0,50	23,20 23,20 + 4 × 0,50 = 25,20 ½ 48,40	12,10	11,82 11,82 + 4 × 0,50 — 13,82 ½ 25,64	6,41	7,00	0	7,00	0	9,26	—	3,20	8,000	—	5,000	74 080	—	16 000	90 080
— 0,25	0,75	23,20 23,20 + 4 × 0,75 = 26,20 ½ 49,40	18,53	11,82 11,82 + 4 × 0,75 = 14,82 ½ 26,64	9,99	7,00 7,00 + 4 × 0,25 = 8,00 0,25 × ½ 15,00	1,88	7,00	0	14,26	5,94	0,94	8,000	5,000	2,500	114 080	29 700	2 350	146 130
0,00	1,00	23,20 23,20 + 4 × 1,00 = 27,20 ½ 50,40	25,20	11,82 11,82 + 4 × 1,00 × 15,82 ½ 15,82	13,72	7 00 7,00 + 4 × 0,50 × 9,00 0,50 × ½ 16,00	4,00	7,00 7,00 + 4 × 0,05 = 7,20 0,05 × ½ 14,20	0,36	19,46	8,86	2,18	8,000	5,000	4,500	155 680	44 300	9 810	209 790
0,25	1,25	23,20 23,20 + 4 × 1,25 = 28,20 51,40	32,13	11,82 11,82 + 4 × 1,25 = 16,82 ½ 28,64	17,90	7,00 7,00 + 4 × 0,75 × 10,00 0,75 × ½ 17,00	6,38	7,00 7,00 + 4 × 0,30 = 8,20 0,30 × ½ 15,20	2,28	25,02	12,14	4,33	8,000	5,000	4,500	200 160	60 700	19 485	280 345
0,50	1,50	23,20 23,20 + 4 × 1,50 = 29,20 ½ 52,40	39,30	11,82 11,82 + 4 × 1,50 = 17,82 ½ 29,64	22,23	7,00 7,00 + 4 × 1,00 = 11,00 1,00 × ½ 18,00	9,00	7,00 7,00 + 4 × 0,55 = 9,20 0,55 × ½ 16,20	4,46	30,77	15,62	6,73	8,000	5,000	4,500	246 160	78 100	30 285	354 545
0,75	1,75	23,20 23,20 + 4 × 1,75 = 30,20 ½ 53,40	46,73	11,82 11,82 + 4 × 1,75 = 18,82 ½ 30,64	26,81	7,00 7,00 + 4 × 1,25 = 12,00 1,25 × ½ 19,00	11,88	7,00 7,00 + 4 × 0,80 = 10,20 0,80 × ½ 17,20	6,88	36,77	19,35	9,38	8,000	5,000	4,500	294 160	96 750	42 210	433 120
1,00	2,00	23,20 23,20 + 4 × 2,00 = 31,20 ½ 54,40	54,40	11,82 11,82 + 4 × 2,00 = 19,82 ½ 31,64	31,64	7,00 7,00 + 4 × 1,50 = 13,00 1,50 × ½ 20,00	15,00	7,00 7,00 + 4 × 1,05 = 11,20 1,05 × ½ 18,20	9,56	43,02	23,32	12,28	8,000	5,000	4,500	344 160	116 600	55 260	516 020
1,25	2,25	23,20 23,20 + 4 × 2,25 = 32,20 ½ 55,40	62,33	11,82 11,82 + 4 × 2,25 = 20,82 ½ 32,64	36,72	7,00 7,00 + 4 × 1,75 = 14,00 1,75 × ½ 21,00	18,38	7,00 7,00 + 4 × 1,30 = 12,20 1,30 × ½ 19,20	12,48	49,53	27,55	15,43	8,000	5,000	4,500	396 240	137 750	69 435	603 425
1,50	2,50	23,20 23,20 + 4 × 2,50 = 33,20 ½ 56,40	70,50	11,82 11,82 + 4 × 2,50 = 21,82 ½ 33,64	42,05	7,00 7,00 + 4 × 2,00 = 15,00 2,00 × ½ 22,00	22,00	7,00 7,00 + 4 × 1,55 = 13,20 1,55 × ½ 20,20	15,66	56,28	32,03	18,83	80,00	5,000	45,00	450 240	160 150	84 735	695 125



Volume morto = 20,00

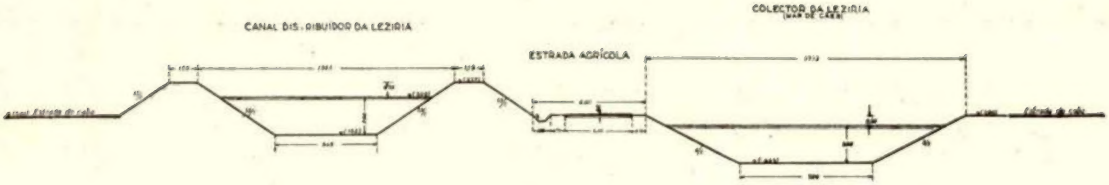
20,00 + 4 × 0,80 = 23 20

½ 43,20 = 21,60 × 0,80 = 17,28

½ × 17,28 × 8 000 = 69 120

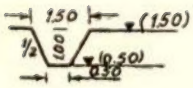
Capacidade total do colector 695 125

764 245 m³



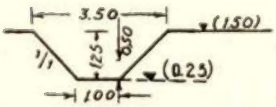
Desenho 3 E — Colector da Lezíria (Mar de Cães), Perfil tipo

ELEMENTOS DA RÊDE DE ENXUGO

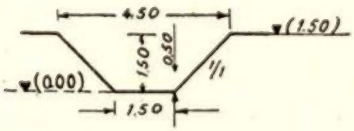


Sanjas

Obras particulares

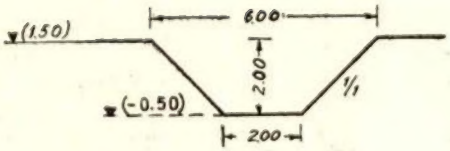


Abertas



Valas de enxugo

Obras de aptidão ao regadio



Valas mestras

Obras primárias

NOTA — A montante da Estrada do Cabo a altura é variável, e a largura varia com a altura.

QUADRO 3

Capacidade total da rêde (excluindo o colector geral)

Cotas de água	Área m²				Comprimento por ha m				Capacidade por ha m³					Total m³ (8 493 ha)
	Sanjas	Abertas	Valas de enxugo	Valas mestras	Sanjas	Abertas	Valas de enxugo	Valas mestras	Sanjas	Abertas	Valas de enxugo	Valas mestras	Total	
0,25	–	–	0,44	2,06					–	–	6,60	30,90	37,50	318 488
0,50	–	0,31	1,00	3,00					–	9,30	15,00	45,00	69,30	588 565
0,75	0,16	0,75	1,69	4,06					28,80	22,50	25,35	60,90	137,55	1 168 212
1,00	0,38	1,31	2,50	5,25	180	30	15	15	68,40	39,30	37,50	78,75	223,95	1 902 007
1,25	0,66	2,00	3,44	6,56					118,80	60,00	51,60	98,40	328,80	2 792 498
1,50	1,00	2,81	4,50	8,00					180,00	84,30	67,50	120,00	451,80	3 837 137

QUADRO 4

Capacidade regularizadora da rêde de enxugo

(Descontado o volume morto do colector geral e o das abertas, valas de enxugo e valas mestras até a cota da soleira das sanjas)

Cota de água	Rêde sem o colector geral m³	Colector m³	Total m³
– 1,00	0	0	0
– 0,75	0	39 850	39 850
– 0,50	0	90 080	90 080
– 0,25	0	146 130	146 130
0,00	0	209 790	209 790
0,25	0	280 345	280 345
0,50	0	354 545	354 545
0,75	579 647	433 120	1 012 767
1,00	1 313 442	516 020	1 829 462
1,25	2 203 933	603 425	2 807 358
1,50	3 248 572	695 125	3 943 697
1,51	$+ 8.493 \times 10^4 \times 0,01$		4 792 997
1,52	0,02		5 642 297
1,53	0,03		6 491 597

ESTUDO DA DESCARGA DO COLECTOR ATRAVÉS-DAS PORTAS DE ÁGUA

Máxima chuvada de inverno

1 — Descarga pelas comportas

1 — Admite-se que as comportas estão normalmente fechadas, só se abrindo para dar saída às águas acumuladas na rêde de enxugo, durante alguns dias, quando o nível atingido já é apreciável. Essa abertura faz-se quando a maré está baixando, e o nível da água fora começa a ser menor que o de dentro. As comportas mantêm-se abertas enquanto o nível de fora fôr mais baixo que o de dentro.

2 — Considera-se a chuvada mais forte de que há registo: 1 a 9-XII-1876.

3 — Só depois do 2.° dia se abrem as comportas para descarregar a rêde de enxugo.

Até o fim do dia 2.° o escoamento entrado será:

$$\begin{array}{ll} \text{dia } 1.^{\circ} & p = 6{,}2 \\ \text{» } 2.^{\circ} & \underline{8.0} \\ & p = 14{,}2 \text{ mm} \end{array}$$

$$: c = 1\ V = 8\,493 \text{ ha} \times 10^4 \times 0{,}0142 = \\ = 1\,206\,006 \text{ m}^3$$

4 — Toma-se para o estudo, a maré registada em 6-II-1918, a de menor amplitude de que se tem registo, cujo diagrama é conhecido.

5 — A altura a que a água se eleva na albufeira constituída pela rêde de esgôto, é dada pela curva da capacidade regularizadora da rêde de enxugo

(Quadros 1 e 2)

Para o volume entrado até o fim do dia 2.°

$V = 1\,206\,006$ é alt. $= +0{,}81$

QUADRO 1

Condições de vazão das comportas

$$Q = m_1\ B\ D \sqrt{2g}\ h^{1/2}$$

Desnível entre os planos de água dentro e fora = h m	$m_1 . B . D$ m²	$\sqrt{2g}$	$h^{1/2}$	Q m³/s
0,10	0,61 × 4 × 2,00 × 2,50 = 12,200	4,43	0,316	17,079
0,20			0,447	24,159
0,25			0,500	27,023
0,50			0,707	38,211
0,75			0,866	46,804
1,00			1,000	54,046
1,25			1,118	60,423
1,50			1,225	66,206
1,75			1,323	71,503
2,00			1,414	76,421
2,25			1,500	81,069
2,50			1,581	85,447
2,75			1,658	89,608
3,00			1,732	93,608

6 — Suponha-se que no final do dia 2.° se abrem as comportas. A partir dêsse momento, o caudal afluído é o do dia 3.°, em que $p = 47{,}5$ mm.

O escoamento unitário é, então, de:

$$: p = 47{,}5 \text{ mm}$$

$$q = \frac{1 \times 8\,493 \times 10^4 \times 0{,}0475}{86\,400} = \\ = \frac{4\,034\,175}{86\,400} = 46{,}692 \text{ m}^3/\text{s}.$$

O P. M. da maré de menor amplitude sobe à cota (+ 0,62), quere dizer, o nível da água dentro do colector é mais alto do que do lado de fora.

7 — O escoamento unitário que entra durante o 4.° dia é:

$$: p = 110{,}7 \text{ mm}$$

$$q = \frac{1 \times 8\,493 \times 10^4 \times 0{,}1107}{86\,400} = \\ = \frac{9\,401\,751}{86\,400} = 108{,}816 \text{ m}^3/\text{s}.$$

8 — O escoamento unitário que entra durante o 5.º dia é:

$$: p = 59{,}4 \text{ mm}$$

$$Q = \frac{1 \times 8\,493 \times 10^4 \times 0{,}0594}{86\,400} =$$

$$= \frac{5\,044\,842}{86\,400} = 58{,}389 \text{ m}^3/\text{s}$$

9 — O escoamento unitário que entra durante o 6.º dia é:

$$: p = 7{,}0 \text{ mm}$$

$$q = \frac{1 \times 8\,493 \times 10^4 \times 0{,}007}{86\,400} =$$

$$= \frac{594\,510}{86\,400} = 6{,}881 \text{ m}^3/\text{s} \quad (^1)$$

(Quadros 2 e 3)

2 — Condições de escoamento do colector geral

$$dh = \frac{V_m^2 \times L}{C_m^2 \times R_m} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2\,g} + \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2\,g \times S_m^2}$$

1 — As condições mais pesadas para o escoamento correspondem ao caudal descarregado pelas comportas igual a 84,500 m^3/s, estando o nível da água dentro do colector, e junto à descarga, à cota (+ 1,51).

2 — Para montante do perfil em que estão as portas de descarga, o nível da água vai-se elevando até ganhar o desnível *dh* necessário para que chegue à foz do colector o caudal que a diferença de níveis, de dentro para fora do colector, faz descarregar através-das portas.

3 — A secção molhada do colector será, então, a correspondente à cota (+ 1,51) junto à descarga; e admite-se que no perfil do cruzamento do colector com a estrada de Cabo, e no perfil da origem, a secção vai totalmente cheia, isto é, o nível da água está a (+ 2,00)

É evidente que o valor que assim se obtenha para *dh* é superior ao desnível que realmente existirá, pois que, quando a água passa para cima da cota (+ 1,50), a lezíria passa a funcionar de leito maior dêste curso de água, aumentando a secção hidráulica e diminuindo portanto a velocidade — para determinado caudal — o mesmo é dizer que diminue o valor de *dh*.

4 — O problema é assim pôsto em condições mais pesadas do que as que se verificarão.

5 — Areas que drenam:

a montante da origem do colector ..... — P. 0 : $A_1 = 1\,229$ ha
a montante da Estrada do Cabo ..... — P. 37 : $A_2 = 2\,881$
a montante da descarga — P. 99 : $A_3 = 8\,493$

Relação entre áreas:

$$\frac{A_1}{A_3} = 0{,}15 \qquad \frac{A_2}{A_3} = 0{,}34$$

6 — Essas são também as relações entre os caudais que afluem em cada momento, às secções dêsses três perfis.

7 — Elementos hidráulicos das secções.

(Quadro 4)

QUADRO 4

Elemento	Unid.	Perfil 0	Perfil 37	Perfil 99	Valores médios	
					0/37	37/99
Cota da água		(+ 2,00)	(+ 2,00)	(+ 1,50)		–
S	m²	22,76	30,51	87,78	26,64	59,15
S²		–	–	–	709,69	3 498,72
p	m	16,17	18,31	34,76	–	–
R	m	1,41	1,67	2,53	1,54	2,10
C		35,17	36,92	41,38	36,05	39,15
C²		–	–	–	1300	1533

(1) No quadro 3, analisa-se o que se passa com a **CHUVADA DE PRIMAVERA**.

QUADRO 2

Regime de regularização da rêde de enxugo da Lezíria e da área da própria Lezíria

MÁXIMA CHUVADA DE INVERNO

Intervalo	Dia	Tempo no fim do intervalo		Duração do intervalo $t = T_2 - T_1$			Escoamento unitário no fim do intervalo	Variação da cota do nível da água				Altura de carga no fim do intervalo	Descarga unitária no fim do intervalo	Caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Média do caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Aumento ou redução do volume armazenado	Armazenamento no fim do intervalo (calculado)	Nível da água no fim do intervalo	Armazenamento no fim do intervalo (da curva)	OBSERVAÇÕES
								dentro		fora										
		Hora na curva	T_2 horas	em h.	em min.	em seg.	q_{e2} m³/s	no começo do intervalo	no fim do intervalo	no começo do intervalo	no fim do intervalo	h m	q_{s2} m³/s	$v_2 = q_{e2} - q_{s2}$	$v = 1/2\,(v_1 + v_2)$ m³/s	$v \times t$ m³	$V_2 = V_1 + vt$ m³	H_2	V'_2 m³	
(1)	(2)	(3)		(4)		(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	
1	1.º a 2.º	PM	72,00	72	—	259 200	4,653	+0,50	+0,81	−0,94	+0,62	—	0	+4,653	—	1 206 006	1 206 006	+0,81	1 206 600	$\frac{1\,206\,006}{259\,200} = 4{,}653$ m³/s
2	3.º		72,50	0	30	1 800	46,692	+0,81	(a) +0,83	+0,62	+0,60	0,23	26,000	+20,692	+12,673	+22 811	1 228 817	+0,82	1 230 000	
3		I	73,00	0	30	1 800	46,692	(b) +0,82	+0,84	+0,60	+0,52	0,32	30,200	+16,492	+18,592	+33 465	1 262 282	+0,83	1 260 000	
4			73,50	0	30	1 800	46,692	+0,83	+0,84	+0,52	+0,41	0,43	35,300	+11,392	+13,942	+25 097	1 287 370	+0,84	1 290 000	
5		II	74,00	0	30	1 800	46,692	+0,84	+0,85	+0,41	+0,27	0,58	41,100	+5,592	+9,392	+16 906	1 307 345	+0,85	1 310 000	
6			74,50	0	30	1 800	46,692	+0,85	+0,85	+0,27	+0,11	0,74	46,400	+0,292	+2,942	+5 296	1 312 641	+0,85	1 310 000	
7		III	75,00	0	30	1 800	46,692	+0,85	+0,84	+0,11	−0,08	0,91	51,500	−4,808	−2,258	−4 064	1 308 577	+0,85	1 310 000	
8		IV	76,00	1	00	3 600	46,692	+0,85	+0,83	−0,08	−0,53	1,36	63,000	−16,398	−10,558	−38 009	1 270 568	+0,82	1 270 000	
9		V	77,00	1	00	3 600	46,692	+0,82	+0,80	−0,53	−0,87	1,67	70,000	−23,308	−19,808	−71 309	1 199 259	+0,81	1 200 000	
10		BM	77,67	0	40	2 400	46,692	+0,81	+0,78	−0,87	−0,94	1,72	71,000	−24,308	−23,808	−57 139	1 142 120	+0,79	1 140 000	
11		VI	78,00	0	20	1 200	46,692	+0,79	+0,78	−0,94	−0,92	1,70	70,500	−23,808	−24,058	−28 870	1 113 250	+0,79	1 110 000	
12			78,50	0	30	1 800	46,692	+0,79	+0,77	−0,92	−0,83	1,60	68,400	−21,708	−22,758	−40 964	1 072 286	+0,77	1 070 000	
13		IX	81,00	2	30	9 000	46,692	+0,77	+0,75	−0,83	+0,17	0,58	41,000	+5,692	−8,008	−72 072	1 000 214	+0,74	1 000 000	
14		X	82,00	1	00	3 600	46,692	+0,74	+0,77	+0,17	+0,45	0,32	30,200	+16,492	+11,092	+39 931	1 040 145	+0,76	1 040 000	
15			82,83	0	50	3 000	46,692	+0,76	+0,80	+0,45	+0,60	0,20	24,000	+22,692	+19,592	+58 776	1 098 921	+0,78	1 100 000	
16		PM	83,33	0	30	1 800	46,692	+0,78	+0,81	+0,50	+0,62	0,19	23,600	+23,092	+22,892	+41 207	1 140 128	+0,79	1 140 000	
17			83,33	0	30	1 800	46,692	+0,79	+0,81	+0,62	+0,60	0,21	24,500	+22,192	+22,642	+40 756	1 180 884	+0,80	1 180 000	
18		I	84,33	0	30	1 800	46,692	+0,80	+0,82	+0,60	+0,52	0,30	29,400	+17,292	+19,742	+35 536	1 216 420	+0,82	1 220 000	
19		II	85,33	1	00	3 600	46,692	+0,82	+0,85	+0,52	+0,27	0,58	41,100	+5,592	+11,442	+41 191	1 257 611	+0,84	1 260 000	
20		IV	87,33	2	00	7 200	46,692	+0,84	+0,82	+0,27	−0,53	1,35	62,900	−16,208	−5,308	−38 218	1 219 393	+0,82	1 220 000	
21		V	88,33	1	00	3 600	46,692	+0,82	+0,80	−0,53	−0,87	1,67	70,000	−23,308	−19,758	−71 129	1 148 264	+0,80	1 150 000	
22		BM	89,00	0	40	2 400	46,692	+0,80	+0,79	−0,87	−0,94	1,73	71,200	−24,508	−23,908	−57 379	1 090 885	+0,78	1 090 000	
23		VI	89,33	0	20	1 200	46,692	+0,78	+0,77	−0,94	−0,92	1,69	70,400	−23,708	−24,108	−28 930	1 061 955	+0,76	1 060 000	
24			89,83	0	30	1 800	46,692	+0,76	+0,74	−0,92	−0,83	1,57	67,700	−21,008	−22,358	−40 244	1 021 711	+0,75	1 020 000	
25		IX	92,33	2	30	9 000	46,692	+0,75	+0,74	−0,83	+0,17	0,57	40,800	+5,892	−7,558	−68 022	953 689	+0,73	950 000	
26		X	93,33	1	00	3 600	46,692	+0,73	+0,75	+0,17	+0,45	0,30	29,400	+17,292	+11,592	+41 731	995 420	+0,74	1 000 000	
27			94,16	0	50	3 000	46,692	+0,74	+0,75	+0,45	+0,60	0,15	20,800	+25,892	+21,592	+64 776	1 060 196	+0,76	1 060 000	
28		PM	94,66	0	30	1 800	46,692	+0,76	+0,78	+0,60	+0,62	0,16	21,200	+25,492	+25,692	+46 246	1 106 442	+0,78	1 110 000	
29			95,16	0	30	1 800	46,692	+0,78	+0,80	+0,62	+0,60	0,20	24,000	+22,692	+24,092	+43 366	1 149 778	+0,80	1 150 000	
30		x	96,00	0	50	3 000	46,692	+0,80	+0,81	+0,60	+0,45	0,36	30,800	+32,200	+14,492	+43 476	1 193 254	+0,81	1 190 000	
31	4.º	II	96,67	0	40	2 400	108,816	+0,81	+0,86	+0,45	+0,27	0,59	41,400	+67,416	+49,808	+119 539	1 312 793	+0,85	1 310 000	
32		IV	98,67	2	00	7 200	108,816	+0,85	+0,95	+0,27	−0,53	1,48	65,800	+43,016	+55,216	+397 552	1 710 345	+0,97	1 710 000	
33		V	99,67	1	00	3 600	108,816	+0,97	+1,01	−0,53	−0,87	1,88	74,200	+34,616	+38,816	+139 738	1 850 083	+1,01	1 850 000	

(*a*) As cotas da coluna (8) excepto a de partida, são admitidas.

(*b*) As cotas da coluna (7) excepto as duas primeiras, são as da coluna (8) corrigidas em obediência àquelas a que se chega na coluna (17).

QUADRO 2 (CONTINUAÇÃO)

Intervalo	Dia	Tempo no fim do intervalo		Duração do intervalo $t = T_2 - T_1$			Escoamento unitário no fim do intervalo	Variação da cota do nível da água				Altura de carga no fim do intervalo	Descarga unitária no fim do intervalo	Caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Média do caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Aumento ou redução do volume armazenado	Armazenamento no fim do intervalo (calculado)	Nível da água no fim do intervalo	Armazenamento no fim do intervalo (da curva)	OBSERVAÇÕES
								dentro		fora										
		Hora na curva	T_2 horas	em h.	em min.	em seg.	q_{e2} m³/s	no começo do intervalo	no fim do intervalo	no começo do intervalo	no fim do intervalo	h m	q_{s2} m³/s	$v_2 = q_{e2} - q_{s2}$	$v = 1/2\,(v_1 + v_2)$ m³/s	$v \times t$ m³	$V_2 = V_1 + vt$ m³	H_2	V'_2 m³	
(1)	(2)	(3)		(4)		(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	
34	4.º	BM	100,33	0	40	2 400	108,816	+ 1,01	+ 1,03	— 0,87	— 0,94	1,97	75,900	+ 32,916	+ 33,766	+ 81 038	1 931 121	+ 1,04	1 930 000	
35		VI	100,67	0	20	1 200	108,816	+ 1,04	+ 1,06	— 0,94	— 0,92	1,98	76,200	+ 32,616	+ 32,766	+ 39 319	1 970 440	+ 1,05	1 970 000	
36			101,17	0	30	1 800	108,816	+ 1,05	+ 1,07	— 0,92	— 0,83	1,90	74,500	+ 34,316	+ 33,466	+ 60 239	2 030 679	+ 1,06	2 030 000	
37		IX	103,67	2	30	9 000	108,816	+ 1,06	+ 1,16	— 0,83	+ 0,17	0,99	53,700	+ 55,116	+ 44,716	+ 402 444	2 433 123	+ 1,17	2 430 000	
38		X	104,67	1	00	3 600	108,816	+ 1,17	+ 1,23	+ 0,17	+ 0,45	0,78	47,800	+ 61,016	+ 58,218	+ 209 578	2 642 701	+ 1,22	2 640 000	
39			105,50	0	50	3 000	108,816	+ 1,22	+ 1,26	+ 0,45	+ 0,60	0,66	43,800	+ 65,016	+ 63,016	+ 189 048	2 831 749	+ 1,26	2 830 000	
40		PM	106,00	0	30	1 800	108,816	+ 1,26	+ 1,30	+ 0,60	+ 0,62	0,68	44,600	+ 64,216	+ 64,616	+ 116 309	2 948 058	+ 1,29	2 950 000	
41			106,50	0	30	1 800	108,816	+ 1,29	+ 1,32	+ 0,62	+ 0,60	0,72	45,800	+ 63,016	+ 63,616	+ 114 509	3 062 567	+ 1,31	3 060 000	
42		I	107,00	0	30	1 800	108,816	+ 1,31	+ 1,35	+ 0,60	+ 0,52	0,83	49,300	+ 59,516	+ 61,266	+ 110 279	3 172 846	+ 1,34	3 170 000	
43		II	108,00	1	00	3 600	108,816	+ 1,34	+ 1,37	+ 0,52	+ 0,27	1,10	56,600	+ 52,216	+ 55,866	+ 201 118	3 373 964	+ 1,38	3 370 000	
44		IV	110,00	2	00	7 200	108,816	+ 1,38	+ 1,43	+ 0,27	— 0,53	1,96	75,800	+ 33,016	+ 42,616	+ 306 835	3 680 799	+ 1,44	3 680 000	
45		V	111,00	1	00	3 600	108,816	+ 1,44	+ 1,46	— 0,53	— 0,87	2,33	82,500	+ 26,316	+ 29,666	+ 106 798	3 787 597	+ 1,47	3 800 000	
46		BM	111,67	0	40	2 400	108,816	+ 1,47	+ 1,49	— 0,87	— 0,94	2,43	84,200	+ 24,616	+ 25,466	+ 61 118	3 848 715	+ 1,48	3 850 000	
47		VI	112,00	0	20	1 200	108,816	+ 1,48	+ 1,49	— 0,94	— 0,92	2,41	83,900	+ 24,916	+ 24,766	+ 29 719	3 878 434	+ 1,49	3 900 000	
48			112,50	0	30	1 800	108,816	+ 1,49	+ 1,50	— 0,92	— 0,83	2,33	82,500	+ 36,316	+ 25,616	+ 46 109	3 924 543	+ 1,49	3 920 000	
49		IX	115,00	2	30	9 000	108,816	+ 1,49	+ 1,51	— 0,83	+ 0,17	1,34	62,500	+ 46,316	+ 36,316	+ 326 844	4 251 387	+ 1,51	4 250 000	
50		X	116,00	1	00	3 600	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,17	+ 0,45	1,07	55,800	+ 53,016	+ 49,666	+ 178 798	4 430 185	+ 1,51	4 430 000	
51			116,83	0	50	3 000	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,45	+ 0,60	0,92	51,800	+ 57,016	+ 55,016	+ 165 048	4 595 233	+ 1,51	4 600 000	
52		PM	117,33	0	30	1 800	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,60	+ 0,62	0,90	51,200	+ 57,616	+ 57,316	+ 103 169	4 698 402	+ 1,51	4 700 000	
53			117,83	0	30	1 800	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,62	+ 0,60	0,92	51,800	+ 57,016	+ 57,316	+ 103 169	4 801 571	+ 1,51	4 800 000	
54		I	118,33	0	30	1 800	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,60	+ 0,52	1,00	53,800	+ 55,016	+ 56,012	+ 100 829	4 902 400	+ 1,51	4 900 000	
55		II	119,33	1	00	3 600	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,52	+ 0,27	1,25	60,500	+ 48,316	+ 51,666	+ 185 998	5 088 398	+ 1,51	5 090 000	
56		z x	120,00	0	40	2 400	108,816	+ 1,51	+ 1,52	+ 0,27	+ 0,05	1,47	65,500	+ 43,316	+ 45,816	+ 109 958	5 198 356	+ 1,52	5 200 000	
57	5.º	IV	121,33	1	20	4 800	58,389	+ 1,52	+ 1,52	+ 0,05	— 0,53	2,05	77,500	— 19,111	+ 12,053	+ 57 854	5 256 210	+ 1,52	5 260 000	
58		V	122,33	1	00	3 600	58,389	+ 1,52	+ 1,52	— 0,53	— 0,87	2,39	83,500	— 25,111	— 22,111	— 79 600	5 176 610	+ 1,51	5 180 000	
59		BM	123,00	0	40	2 400	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,87	— 0,94	2,45	84,500	— 26,111	— 25,611	— 61 466	5 115 144	+ 1,51	5 110 000	
60		VI	123,33	0	20	1 200	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,94	— 0,92	2,43	84,200	— 25,811	— 25,961	— 31 153	5 083 991	+ 1,51	5 080 000	
61			123,83	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,92	— 0,83	2,34	82,600	— 24,211	— 25,011	— 45 020	5 038 971	+ 1,51	5 040 000	
62		IX	126,33	2	30	9 000	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,83	+ 0,17	1,34	62,500	— 24,111	— 14,111	— 126 999	4 911 972	+ 1,51	4 910 000	
63		X	127,33	1	00	3 600	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,17	+ 0,45	1,06	55,600	+ 2,789	— 0,661	— 2 380	4 909 592	+ 1,51	4 910 000	
64			128,17	0	50	3 000	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,45	+ 0,60	0,91	51,500	+ 6,889	+ 4,839	+ 14 517	4 924 109	+ 1,51	4 920 000	
65		PM	128,67	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,60	+ 0,62	0,89	51,000	+ 7,389	+ 7,139	+ 12 850	4 936 959	+ 1,51	4 940 000	
66			129,17	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,62	+ 0,60	0,91	51,500	+ 6,889	+ 7,139	+ 12 850	4 949 809	+ 1,51	4 950 000	

QUADRO 2 (CONTINUAÇÃO)

Intervalo	Dia	Tempo no fim do intervalo		Duração do intervalo $t = T_2 - T_1$			Escoamento unitário no fim do intervalo	Variação da cota do nível da água				Altura de carga no fim do intervalo	Descarga unitária no fim do intervalo	Caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Média do caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Aumento ou redução do volume armazenado	Armazenamento no fim do intervalo (calculado)	Nível da água no fim do intervalo	Armazenamento no fim do intervalo (da curva)	OBSERVAÇÕES
								dentro		fora										
		Hora na curva	T_2 horas	em h.	em min.	em seg.	q_{e_2} m³/s	no começo do intervalo	no fim do intervalo	no começo do intervalo	no fim do intervalo	h m	q_{s_2} m³/s	$v_2 = q_{e_2} - q_{s_2}$	$v = 1/2\,(v_1 + v_2)$ m³/s	$v \times t$ m³	$V_2 = V_1 + vt$ m³	H_2	V'_2 m³	
(1)	(2)	(3)		(4)		(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	
67	5.º	I	129,67	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,60	+ 0,52	0,99	53,700	+ 4,689	+ 5,789	+ 10 420	4 960 229	+ 1,51	4 960 000	
68		II	130,67	1	00	3 600	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,52	+ 0,27	1,24	60,200	— 1,811	+ 1,439	+ 5 180	4 965 409	+ 1,51	4 970 000	
69		IV	132,67	2	00	7 200	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,27	— 0,53	2,04	77,200	— 18,811	— 10,311	— 74 239	4 891 170	+ 1,51	4 890 000	
70		V	133,67	1	00	3 600	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,53	— 0,87	2,38	83,300	— 24,911	— 21,861	— 78 700	4 812 470	+ 1,51	4 800 000	
71		BM	134,33	0	40	2 400	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,87	— 0,94	2,45	84,500	— 26,111	— 25,511	— 61 226	4 751 244	+ 1,51	4 750 000	
72		VI	134,67	0	20	1 200	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,94	— 0,92	2,43	84,200	— 25,811	— 25,961	— 31 153	4 720 091	+ 1,51	4 720 000	
73			135,17	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,92	— 0,83	2,34	82,600	— 24,211	— 25,011	— 45 020	4 675 071	+ 1,51	4 680 000	
74		IX	137,67	2	30	9 000	58,389	+ 1,51	+ 1,51	— 0,83	+ 0,17	1,34	62,500	— 4,111	— 14,111	— 126 999	4 548 072	+ 1,51	4 550 000	
75		X	138,67	1	00	3 600	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,17	+ 0,45	1,06	55,600	+ 2,789	— 0,661	— 2 380	4 545 692	+ 1,51	4 550 000	
76			139,50	0	50	3 000	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,45	+ 0,60	0,91	51,500	+ 6,889	+ 4,839	+ 14 517	4 560 209	+ 1,51	4 560 000	
77		PM	140,50	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,60	+ 0,62	0,89	51,000	+ 7,389	+ 7,139	+ 12 850	4 573 059	+ 1,51	4 570 000	
78			140,00	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,62	+ 0,60	0,91	51,500	+ 6,889	+ 7,139	+ 12 850	4 585 909	+ 1,51	4 590 000	
79		I	141,00	0	30	1 800	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,60	+ 0,52	0,99	53,700	+ 4,689	+ 5,789	+ 10 420	4 596 329	+ 1,51	4 600 000	
80		II	142,00	1	00	3 600	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,52	+ 0,27	1,24	60,200	— 1,811	+ 1,439	+ 5 180	4 601 509	+ 1,51	4 600 000	
81		IV	144,00	2	00	7 200	58,389	+ 1,51	+ 1,51	+ 0,27	— 0,53	2,04	77,200	— 18,811	— 10,311	— 74 239	4 527 270	+ 1,51	4 530 000	
82	6.º	V	145,00	1	00	3 600	6,881	+ 1,51	+ 1,51	— 0,53	— 0,87	2,38	83,300	— 76,419	— 47,615	— 171 414	4 355 856	+ 1,51	4 360 000	
83		BM	145,67	0	40	2 400	6,881	+ 1,51	+ 1,51	— 0,87	— 0,94	2,45	84,500	— 77,619	— 77,019	— 184 846	4 171 010	+ 1,51	4 170 000	
84		VI	146,00	0	20	1 200	6,881	+ 1,51	+ 1,51	— 0,94	— 0,92	2,43	84,400	— 77,319	— 77,469	— 92 963	4 078 047	+ 1,51	4 080 000	
85			146,50	0	30	1 800	6,881	+ 1,51	+ 1,51	— 0,92	— 0,83	2,34	82,600	— 75,719	— 76,519	— 137 734	3 940 313	+ 1,50	3 940 000	
86		IX	149,00	2	30	9 000	6,881	+ 1,50	+ 1,40	— 0,83	+ 0,17	1,23	60,000	— 53,119	— 64,419	— 579 771	3 360 542	+ 1,38	3 360 000	
87		X	150,00	1	00	3 600	6,881	+ 1,38	+ 1,35	+ 0,17	+ 0,45	0,90	51,200	— 44,319	— 48,719	— 175 388	3 185 154	+ 1,34	3 180 000	
88			150,83	0	50	3 000	6,881	+ 1,34	+ 1,32	+ 0,45	+ 0,60	0,72	45,800	— 38,919	— 41,619	— 124 857	3 060 297	+ 1,32	3 060 000	
89		PM	151,33	0	30	1 800	6,881	+ 1,32	+ 1,31	+ 0,60	+ 0,62	0,69	44,800	— 37,919	— 38,419	— 69 154	2 991 143	+ 1,30	2 990 000	
90			151,83	0	30	1 800	6,881	+ 1,30	+ 1,29	+ 0,62	+ 0,60	0,69	44,800	— 37,919	— 37,919	— 68 254	2 922 889	+ 1,28	2 920 000	
91		I	152,33	0	30	1 800	6,881	+ 1,28	+ 1,27	+ 0,60	+ 0,52	0,75	46,800	— 39,919	— 38,919	— 70 054	2 852 835	+ 1,26	2 850 000	
92		II	153,33	1	00	3 600	6,881	+ 1,26	+ 1,24	+ 0,52	+ 0,27	0,99	53,700	— 46,819	— 43,369	— 156 128	2 696 707	+ 1,23	2 700 000	
93		IV	155,33	2	00	7 200	6,881	+ 1,23	+ 1,15	+ 0,27	— 0,53	1,68	70,100	— 63,219	— 55,019	— 396 137	2 300 570	+ 1,13	2 300 000	
94		V	156,33	1	00	3 600	6,881	+ 1,13	+ 1,08	— 0,53	— 0,87	1,95	75,500	— 68,619	— 65,919	— 237 308	2 063 262	+ 1,07	2 060 000	
95		BM	157,00	0	40	2 400	6,881	+ 1,07	+ 1,01	— 0,87	— 0,94	1,95	75,500	— 68,619	— 68,619	— 164 686	1 898 576	+ 1,02	1 900 000	
96		VI	157,33	0	20	1 200	6,881	+ 1,02	+ 1,00	— 0,94	— 0,92	1,92	75,000	— 68,119	— 68,369	— 82 043	1 816 533	+ 1,00	1 820 000	
97			157,83	0	30	1 800	6,881	+ 1,00	+ 0,98	— 0,92	— 0,83	1,81	72,800	— 65,919	— 67,019	— 120 634	1 695 899	+ 0,96	1 700 000	
98		IX	160,33	2	30	9 000	6,881	+ 0,96	+ 0,84	— 0,83	+ 0,17	0,67	44,200	— 37,319	— 51,619	— 464 571	1 231 328	+ 0,82	1 230 000	
99		X	161,33	1	00	3 600	6,881	+ 0,82	+ 0,80	+ 0,17	+ 0,45	0,35	31,800	— 24,919	— 31,119	— 112 028	1 119 300	+ 0,78	1 119 000	

QUADRO 3

Regime de regularização da rêde de enxugo da Lezíria e da área da própria Lezíria

MÁXIMA CHUVADA DE PRIMAVERA

Intervalo	Dia	Tempo no fim do intervalo		Duração do intervalo $t = T_2 - T_1$			Escoamento unitário no fim do intervalo	Variação da cota do nível da água				Altura de carga no fim do intervalo	Descarga unitária no fim do intervalo	Caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Média do caudal retido ou descarregado no fim do intervalo	Aumento ou redução do volume armazenado	Armazenamento no fim do intervalo (calculado)	Nível da água no fim do intervalo	Armazenamento no fim do intervalo (da curva)	OBSERVAÇÕES
								dentro		fora										
		Hora na curva	T_2	em h.	em min.	em seg.	q_{e2}	no começo do intervalo	no fim do intervalo	no começo do intervalo	no fim do intervalo	h	q_{s2}	$v_2 = q_{e2} - q_{s2}$	$v = 1.2\,(v_1 + v_2)$	$v \times t$	$V_2 = V_1 + vt$	H_2	V'_2	
			horas				m^3/s					m	m^3/s		m^3/s	m^3	m^3		m^3	
(1)	(2)	(3)		(4)		(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)
0																				
1	1.º	□	24,00	24	0	86 400	3,165	—	+ 0,21	—	+ 0,21	0	0	+ 3,165	+ 3,165	273 456	273 456	+ 0,21	270 000	(a) A cota da água dentro do colector passa a ser menor que a da maré, e por isso se tem de fechar as portas.
2	2.º	V	25,80	1	48	6 480	5,367	+ 0,21	— 0,10	+ 0,21	— 0,53	0,43	35,300	— 28,820	— 12,828	— 83 125	190 331	— 0,09	190 000	
3		V	26,80	1	00	3 600	5,367	— 0,09	— 0,50	— 0,53	— 0,87	0,37	32,600	— 27,233	— 28,026	— 100 894	89 437	— 0,51	90 000	
4		BM	27,47	0	40	2 400	5,367	— 0,51	— 0,80	— 0,87	— 0,94	0,14	20,000	— 14,633	— 20,933	— 50 239	39 198	— 0,80	40 000	
5		VI	27,80	0	20	1 200	5,367	— 0,80	— 0,86	— 0,94	— 0,92	0,06	12,600	— 7,233	— 10,933	— 13 120	26 078	— 0,85	26 000	
6			28,13	0	20	1 200	5,367	— 0,85	— 0,85	— 0,92	— 0,87	0,02	4,600	+ 0,767	— 3,233	(a)— 3 880	22 198	— 0,85	22 000	Fechar das comportas no fim do intervalo 6.
7	□□		45,58	17	27	62 820	5,367	— 0,85	+ 0,50	— 0,87	+ 0,50	0	0	+ 5,367	+ 5,367	+ 337 155	359 353	+ 0,50	360 000	
8			48,00	2	25	8 700	5,367	+ 0,50	+ 0,16	+ 0,50	— 0,31	0,47	37,000	— 31,633	— 13,133	— 114 257	245 096	+ 0,16	245 000	Abrir das comportas no começo do intervalo 8.
9	3.º	IV	48,47	0	28	1 680	4,748	+ 0,16	— 0,07	— 0,31	— 0,53	0,46	36,600	— 31,852	— 31,743	— 53 328	191 768	— 0,08	190 000	
10		V	49,47	1	00	3 600	4,748	— 0,08	— 0,53	— 0,53	— 0,87	0,34	31,400	— 26,652	— 29,252	— 105 307	86 461	— 0,51	90 000	
11		BM	50,13	0	40	2 400	4,748	— 0,51	— 0,80	— 0,87	— 0,94	0,14	20,000	— 15,252	— 20,952	— 50 285	36 176	— 0,80	40 000	
12		VI	50,46	0	20	1 200	4,748	— 0,80	— 0,88	— 0,94	— 0,92	0,04	9,200	— 4,452	— 9,852	— 11 822	24 354	— 0,88	25 000	
13			50,63	0	10	600	4,748	— 0,88	— 0,88	— 0,92	— 0,89	0,01	3,400	+ 1,348	— 1,552	— 931	23 423	— 0,88	25 000	Fechar das comportas no fim do intervalo 13.
14		‡	68,63	18	00	64 800	4,748	— 0,88	+ 0,41	— 0,89	+ 0,41	0	0	+ 4,748	+ 4,748	+ 307 670	331 093	+ 0,41	330 000	
15		II	69,13	9	30	1 800	4,748	+ 0,41	+ 0,38	+ 0,41	+ 0,27	0,11	17,700	— 12,952	— 4,102	— 7 384	323 709	+ 0,38	325 000	Abrir das comportas no começo do intervalo 15.
16		IV	71,13	2	00	7 200	4,748	+ 0,38	— 0,15	+ 0,27	— 0,53	0,38	33,200	— 28,452	— 20,702	— 149 054	174 655	— 0,15	175 000	
17			72,00	0	52	3 120	4,748	— 0,15	— 0,51	— 0,53	— 0,83	0 32	30,400	— 25,652	— 27,052	— 84 402	90 253	— 0,52	90 000	
18	4.º	BM	72,80	0	48	2 880	17,478	— 0,52	— 0,75	— 0,83	— 0,94	0,19	23,500	— 6,022	— 15,837	— 45 611	44 642	— 0,76	45 000	
19		VI	73,13	0	20	1 200	17,478	— 0,76	— 0,81	— 0,94	— 0,92	0,11	17,700	— 0,222	— 3,122	— 3 746	40 896	— 0,80	40 000	
20			73,63	0	30	1 800	17,478	— 0,81	— 0,78	— 0,92	0,83	0,05	10,700	+ 6,778	+ 3,278	+ 5 900	46 796	— 0,77	47 500	
21		VII	74,13	1	00	3 600	17,478	— 0,77	— 0,61	— 0,83	— 0,66	0,05	10,700	+ 6,778	+ 6,778	+ 24 401	71 197	— 0,62	70 000	Fechar das comportas no fim do intervalo 21.
22		0/0	79,47	5	20	19 200	17,478	— 0,61	+ 0,52	— 0,66	+ 0,52	0	0	+ 17,478	+ 17,478	+ 335 578	406 775	+ 0,52	400 000	
23		II	81,13	1	00	3 600	17,478	+ 0,52	+ 0,54	+ 0,52	+ 0,27	0,27	28,000	— 10,522	+ 3,478	+ 12 521	419 296	+ 0,53	420 000	Abrir das comportas no começo do intervalo 23.
24		IV	82,13	1	00	3 600	17,478	+ 0,53	+ 0,40	+ 0,27	— 0,53	0,93	52,100	— 34,622	— 22,572	— 81 259	338 037	+ 0,42	340 000	
25		V	83,13	1	00	3 600	17,478	+ 0,42	+ 0,01	— 0,53	— 0,87	0,88	50,600	— 33,122	— 33,872	— 121 939	216 098	0,00	220 000	
26		BM	83,80	0	40	2 400	17,478	0,00	— 0,28	— 0,87	— 0,94	0,66	43,800	— 26,322	— 29,722	— 71 333	144 765	— 0,30	145 000	
27		VI	84,13	0	20	1 200	17,478	— 0,30	— 0,44	— 0,94	— 0,92	0,48	36,800	— 19,322	— 22,822	— 27 386	117 379	— 0,42	120 000	
28			84,63	0	30	1 800	17,478	— 0,42	— 0,52	— 0,92	— 0,83	0 31	30,000	— 12,522	— 15,922	— 28 660	88 719	— 0,51	90 000	Fechar das comportas no fim do intervalo 28.
29		VII	85,63	1	00	3 600	17,478	— 0,51	— 0,46	— 0,83	— 0,46	0	0	+ 17,478	+ 2,478	+ 8 921	97 640	— 0,50		A maré passa a estar mais alta do que a água no colector.

QUADRO 5

Velocidades para diferentes caudais

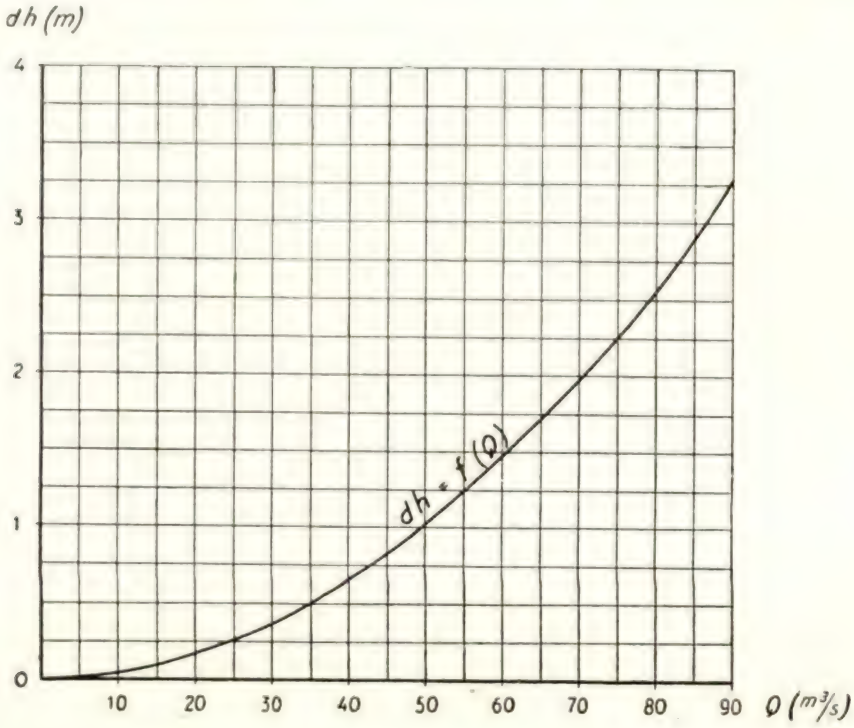
Elementos	Unid.	Perfil 0	Perfil 37	Perfil 39	Valores médios	
					0/37	37/99
Q	m^3/s	1,500	3,400	**10**		
Q^2		2,25	11,56	100,00		
V	m/s	0,07	0,11	0,11	0,09	0,11
V^2		0,0049	0,0121	0,0121	0,0081	0,0121
Q	m^3/s	3,000	6,800	**20**		
Q^2		9,00	46,24	400,00		
V	m/s	0,13	0,22	0,23	0,18	0,23
V^2		0,0169	0,0484	0,0529	0,0324	0,0529
Q	m^3/s	4,500	10,200	**30**		
Q^2		20,25	104,04	900,00		
V	m/s	0,20	0,33	0,34	0,27	0,34
V^2		0,0400	0,1089	0,1156	0,0729	0,1156
Q	m^3/s	6,000	13,600	**40**		
Q^2		36,00	184,96	1600,00		
V	m/s	0,26	0,45	0,46	0,36	0,46
V_2		0,0676	0,2025	0,2116	0,1296	0,2116
Q	m^3/s	7,500	17,000	**50**		
Q^2		56,25	289,00	2500,00		
V	m/s	0,33	0,56	0,57	0,45	0,57
V^2		0,1089	0,3136	0,3249	0,2025	0,3249
Q	m^3/s	9,000	20,400	**60**		
Q^2		81,00	416,16	3600,00		
V	m/s	0,40	0,67	0,68	0,54	0,68
V^2		0,1600	0,4489	0,4624	0,2916	0,4624
Q	m^3/s	10,500	23,800	**70**		
Q^2		110,25	566,44	4900,00		
V	m/s	0,46	0,78	0,80	0,62	0,79
V^2		0,2116	0,6084	0,6400	0,3844	0,6241
Q	m^3/s	12,000	27,200	**80**		
Q^2		144,00	739,84	6400,00		
V	m/s	0,53	0,89	0,91	0,71	0,90
V^2		0,2809	0,7921	0,8281	0,5041	0,8100
Q	m^3/s	13,500	30,600	**90**		
Q^2		182,25	936,36	8100,00		
V	m/s	0,59	1,00	1,03	0,80	1,02
V^2		0,3481	1,0000	1,0609	0,6400	1,0404

QUADRO 6

Valores de dh

L 0/37 = 4 783 m L 37/99 = 12 711 m

Caudal na descarga m^3/s	Perfis	$U_m^2 . L$	$C^2_m . R_m$	$\frac{U^2_m L}{R^2_m . C_m}$	$U_2^2 - U_1^2$	$\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}$	$Q_2^2 - Q_1^2$	$2g S_m^2$	$\frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2g S_m^2}$	dh	dh total m
10	0/37	38,74	2 002,00	0,02	0,0072	0,00	9,31	13 924,12	0,00	0,02	
	37/99	57,87	3 219,30	0,02	0,0000	0,00	88,44	68 644,89	0,00	0,02	0,04
20	0/37	154,97	2 002,00	0,08	0,0315	0,00	37,24	13 924,12	0,00	0,08	
	37/99	253,02	3 219,30	0,08	0,0045	0,00	353,76	68 644,89	0,01	0,09	0,17
30	0/37	348,68	2 002,00	0,17	0,0689	0,00	83,79	13 924,12	0,01	0,18	
	37/99	552,92	3 219,30	0,17	0,0067	0,00	795,96	68 644,89	0,01	0,18	0,36
40	0/37	619,89	2 002,00	0,31	0,1349	0,01	148,96	13 924,12	0,01	0,33	
	37/99	1 012,10	3 219,30	0,31	0,0091	0,00	1 415,04	68 644,89	0,02	0,33	0,66
50	0/37	968,57	2 002,00	0,48	0,2047	0,01	232,75	13 924,12	0,02	0,51	
	37/99	1 554,03	3 219,30	0,48	0,0113	0,00	2 211,00	68 644,89	0,03	0,51	1,02
60	0/37	1 394,75	2 002,00	0,70	0,2889	0,01	335,16	13 924,12	0,02	0,73	
	37/99	2 211,70	3 219,30	0,69	0,0135	0,00	3 183,84	68 644,89	0,05	0,74	1,47
70	0/37	1 838,62	2 002,00	0,92	0,3968	0,02	456,19	13 924,12	0,03	0,97	
	37/99	2 985,13	3 219,30	0,93	0,0316	0,00	4 333,56	68 644,89	0,06	0,99	1,96
80	0/37	2 411,16	2 002,00	1,20	0,5112	0,03	595,84	13 924,12	0,04	1,27	
	37/99	3 874,31	3 219,30	1,20	0,0360	0,00	5 660,16	68 644,89	0,08	1,28	2,55
90	0/37	3 061,18	2 002,00	1,53	0,6519	0,03	754,11	13 924,12	0,05	1,61	
	37/99	4 976,34	3 219,30	1,55	0,0609	0,00	7 163,64	68 644,89	0,10	1,65	3,26



Variação de dh em função de Q

AUTOMATIC TELEPHONE & ELECTRIC COMPANY LTD.

LONDON LIVERPOOL

Sistema de telecomunicação e de sinalização por correntes fracas

Aparelhagem telefónica automática «STROWGER» — de fama mundial — para grupos de rêdes completos ou centrais isoladas. Telefones de sistema manual e aparelhagem das respectivas estações. Sistemas de transmissão telefónica por «alta freqüência», simples ou múltiplos e aparelhagem acessória. Instalações de vigilância e controle a distância. Telefones e sinalização para minas. Aparelhos «ELECTRO-MATIC» reguladores de tráfego de veículos e outra aparelhagem.

Fornecedores da Administração Geral dos Correios, Telégrafos e Telefones para a automatização da Rêde Telefónica Nacional

Representantes em Portugal:

THE ENGINEERING COMPANY OF PORTUGAL LTD.

Rua dos Remolares, 12, 1.º — LISBOA

Telefone: P. B. X. 24011/2/3

EMILE HAEFELY & Cie S. A.

BÂLE—SUÍÇA

Transformadores de Potência
Transformadores de Medida
Transformadores de Ensaio
Condensadores Estáticos
Material isolante para alta tensão
Bobinagens

AGENTES GERAIS:

AZEVEDO & PESSI, L.DA

RUA NOVA DO ALMADA, 46 — LISBOA

Cálculo operacional de Heaviside aplicado à teoria geral dos circuitos eléctricos

PELO ENG.º ELECTROTÉCNICO (U. P.) M. M. FERNANDES VIANA

(Continuação)

Uma das propriedades mais notáveis das equações diferenciais lineares é o princípio da sobreposição. Sabe-se que êste princípio afirma que, quando se conhecem vários integrais particulares duma determinada equação linear, a soma dêsses integrais é também um integral particular. Como estamos interessados em circuitos, cujos parâmetros são constantes, a forma da corrente resposta duma dada rêde, a uma determinada f. e. m., não depende do tempo em que essa f. e. m. começa a ser aplicada. É isto que distingue essencialmente uma rêde de parâmetros dependentes do tempo, duma outra em que os parâmetros sejam constantes, no que diz respeito à aplicação do princípio da sobreposição. O princípio da sobreposição, traduzido numa linguagem electrotécnica, mostra-nos que um conjunto de f. e. m. aplicadas a uma rêde produz uma corrente resposta que, em cada ponto da rêde, é a soma algébrica das correntes produzidas por cada f. e. m., considerada isoladamente.

A resposta a uma f. e. m. 1, que designamos por $A(t)$ e a que chamamos admitância indicadora e, no caso duma rêde de circuitos de parâmetros constantes, é dada pela fórmula da expansão de Heaviside, nas suas diferentes formas. Será possível, pela utilização simultânea do princípio da sobreposição e da expressão da admitância indicadora, determinar a resposta da rêde a uma f. e. m. qualquer? A resposta a esta questão é dada afirmativamente por um importante teorema que denominaremos *teorema da sobreposição,* e que passaremos a demonstrar. Porém, antes de começarmos a demonstração, convem observar que a expressão analítica do teorema da sobreposição é diferente, quando se trata do caso em que a resposta da rêde é impulsiva.

Comecemos, pois, por considerar uma rêde não impulsiva, de admitância indicadora $A(t)$, e à qual é aplicada uma única f. e. m., cuja expressão é dada pela função $E(t)$, representada na fig. 4. Dividamos o intervalo semi-aberto $[0,T]$ em n intervalos semi-abertos iguais Δt, fechados superiormente. Em cada intervalo Δt, representemos por $M_p(E)$ o maior valor de $E(t)$ nêsse intervalo e formemos uma função em degrau que, no intervalo de ordem p, tenha um valor constantemente igual a $M_p(E)$. Se esta função representasse uma f. e. m. inserida na rêde, poder-lhe-íamos aplicar o princípio da sobreposição, pois que uma tal f. e. m. é equivalente à justaposição de f. e. m. do tipo $E.1$, aplicadas sucessivamente em intervalos de tempo Δt, e cujas amplitudes são dadas pelas expressões:

$$M_1(E) \qquad \Delta_1 = M_2(E) - M_1(E) \qquad \Delta_p = M_{p+1}(E) - M_p(E).$$

Aplicando agora o princípio da sobreposição àquela f. e. m em degrau, vem:

$$I_D(T) = M_1(E)\,A(T) + \Sigma\,\Delta_p\,A(T - p\,\Delta t)\,, \tag{1}$$

porque a corrente estabelece-se, para cada Δp, passado um tempo $p\,\Delta t$, depois do instante $T = 0$.

Considerações análogas podem ser feitas para uma f. e. m. em degrau cujas amplitudes, dentro dos intervalos Δt, sejam os menores valores $m_p(E)$ de $E(t)$.

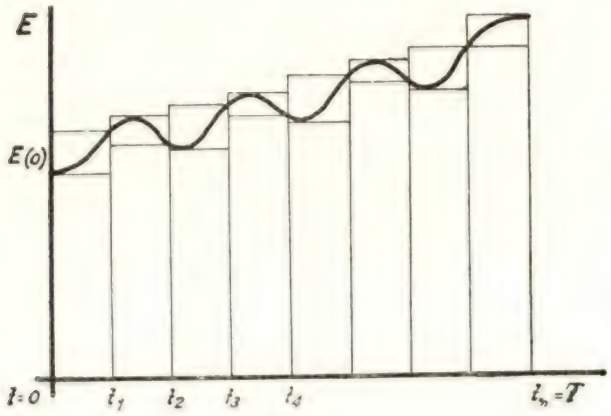


Fig. 4

Obtem-se fàcilmente:

$$I_d(T) = m_1(E)\,A(T) + \Sigma\,\delta_p\,A(T - p\,\Delta t), \quad (2)$$

em que:

$$\delta_p = m_{p+1}(E) - m_p(E).$$

Admitindo que $E(t)$ é contínua e admite derivada $E'(t)$, o que é, fìsicamente falando, o único caso elèctricamente realizável, podemos aplicar o teorema da média e obter as expressões:

$$\Delta^M_p \leq 2\Delta t \qquad \Delta p = M_{p+1}(E) - M_p(E) = \Delta^M_p(t)\,E'\left[t_{pm} + \Theta\,\Delta^M_p(t)\right] \qquad 0 \leq \Theta \leq 1$$

$$\delta^m_p \geq 2\Delta t \qquad \delta_p = m_{p+1}(E) - m_p(E) = \delta^m_p(t)\,E'\left[t_{pm} + \Theta\,\delta^m_p(t)\right]$$

em que t_{pM} e t_{pm} correspondem respectivamente aos tempos em que $E(t)$ atinge os valores $M_p(E)$ e $m_p(E)$, e: $\Delta^M_p(t) = t_{p+1,M} - t^{pm}$, $\delta^m_p(t) = t_{p+1,m} - t_{pm}$.

Por substituição nas expressões precedentes (1) e (e) encontra-se imediatamente:

$$(3) \qquad I_D(T) = M_1(E)\,A(T) + \Sigma\,E'[t_{pM} + \Theta\,\Delta^M_p(t)]\,A(T - p\,\Delta t)\,\Delta^M_p(t)$$

$$(4) \qquad I_d(T) = m_1(E)\,A(T) + \Sigma\,E'[t_{pm} + \Theta\,\delta^m_p(t)]\,A(T - p\,\Delta t)\,\delta^m_p(t)$$

Se a expressão $E'(t)\,A(T - t)$ fôr integrável, visto que, quando Δt tende para zero, também tendem para zezo Δ^M_p e δ^m_p, os dois somatórios das expressões anteriores tendem para um limite comum, que é:

$$\int_0^T E'(t)\,A(T - t)\,dt,$$

e, como, por outro lado, no limite as duas funções em degrau tendem para $E(t)$, (3) e (4) tenderão também para o limite comum:

$$(5) \qquad I(T) = E(o)\,A(T) + \int_0^T E'(t)\,A(T - t)\,dt = E(o)\,A(T) + \int_0^T E'(\alpha)\,A(T - \alpha)\,d\alpha,$$

mudando debaixo do sinal integral a variável t na variável α a fim de évitar confusões. O resultado indicado em (5) é o enunciado analítico do teorema da sobreposição e dá-nos, com as condições restritivas impostas a $E(t)$ e $A(T - t)$ no decurso da demonstração, a corrente $I(T')$, que no instante T, corresponde à f. e. m. $E(T)$.

Reconhece-se, sem dificuldade, que, quando a rêde dá uma resposta impulsiva à f. e. m. 1, a demonstração precedente não se pode aplicar. Com efeito, $A(t)$ não é finito para $t = 0$ e o limite dos somatórios não se identifica com a expressão (5).

Para estudarmos o teorema da sobreposição, no caso da rêde impulsiva, separemos a admitância $A(t)$ na soma de duas admitâncias:

$$A(t) = k\,p + A_1(t)\ ,$$

conforme o método seguido no estudo da fórmula da expansão, referente ao caso presente. Viu-se já a significação física dum tal resultado: a rêde impulsiva é equivalente a uma rêde que o não é, shuntada por um condensador de capacidade K. Sendo assim, a resposta à f. e. m. $E(t)$ é a soma das correntes respostas do condensador, e da rêde cuja admitância indicadora é $A_1(t)$. Estudemos a corrente que corresponde ao condensador. Sendo $E(0)$ diferente de zero, como o condensador oferece um curto-circuito instantâneo à passagem da corrente, o valor da corrente no instante $t = 0$ é:

$$E(0)\,k\,p\ ,$$

com o significado dado anteriormente a p. Vimos já que isso corresponde a uma carga instantânea do condensador de valor $E(0)k$. Depois do instante zero, a corrente de carga do condensador segue as variações de $E'(t)$, pois que, como é sabido:

$$i = k\frac{dE}{dt} = k\,E'(t)$$

e, portanto, a corrente no condensador K será:

$$i_k(t) = k\,E(0)\,p + k\,E'(t)\ .$$

Agora, como a rêde de admitância simbólica $A_1(t)$ não é impulsiva, pode aplicar-se a expressão (5):

$$i_1(t) = E(0)\,A_1(t) + \int_0^t E'(\alpha)\,A_1(t-\alpha)\,d\alpha\ ,$$

e, sobrepondo as duas correntes, vem finalmente:

$$(6) \qquad i(t) = i_k(t) + i_1(t) = k\,E(0)\,p + k\,E'(t) + \int_0^t E'(\alpha)\,A(t-\alpha)\,d\alpha\,,$$

que representa a tradução analítica do teorema da sobreposição para o caso impulsivo. Nesta demonstração seguimos um método em que só a configuração física dos fenómenos foi tomada em conta. Poderia, todavia, seguir-se um processo puramente analítico, observando que a função impulsiva de Dirac, é uma função limite duma função contínua. Consideremos apenas a parte impulsiva, escrevendo-a com a forma:

$$E(0)\,k\,\delta(t)\,,$$

em que $\delta(t)$ é uma função qne no limite corresponde a p, conforme a definição já dada de $\delta(t)$. Nestas circunstâncias, a aplicação da fórmula (5) é possível e tem-se portanto:

$$i_k(t) = E(0)\,k\,\delta(t) + \int_0^t E'(\alpha)\,k\,\delta(t-\alpha)\,d\alpha.$$

Como $\delta(t)\,0 = \frac{1}{\epsilon}$ para $0 < t < \epsilon$ e $\delta(t) = 0$ para $t \leq \epsilon$, tem-se que: $\delta(t-\alpha) = \frac{1}{\epsilon}$ para $t - \epsilon < \alpha < t$ e $\delta(t-\alpha) = 0$ para $\alpha \leq t - \epsilon$. Portanto, podemos escrever:

$$i_k(t) = E(0)\,k\,\delta(t) + \int_{t-\epsilon}^t E'(\alpha)\,k\,\delta(t-\alpha)\,d\alpha = E_0\,k\,\delta(t) + \frac{1}{\epsilon}\,k\int_{t-\epsilon}^t E'(\alpha)\,d\alpha =$$

$$= E_0\,k\,\delta(t) + \frac{1}{\epsilon}\,k\,E'(t + \Theta\epsilon)\,\epsilon\,, \qquad 0 < \Theta < 1$$

aplicando o teorema da média.

Fazendo tender ϵ para zero vem imediatamente, observando a continuïdade de $E^1(\epsilon)$ no intervalo $(0, \epsilon)$:

$$i_k(t) = E_0 k p + k E'(t),$$

voltando a obter-se uma expressão final, por adição da resposta não impulsiva, idêntica a (6).

Nós obtivemos o teorema da sobreposição para uma rêde de parâmetros concentrados ou distribuídos de coeficientes constantes. Apesar de não termos falado até agora, senão de parâmetros concentrados, o teorema é válido para rêdes ou circuito com parâmetros distribuídos, porque as equações, que lhe correspondem, são também lineares e obedecem ao princípio da sobreposição. Se os parâmetros fôssem funções do tempo era possível, por uma generalização das demonstrações precedentes, deduzir o teorema da sobreposição, embora com uma forma diferente das anteriores.

Recordemos que, dada uma rêde, as leis de Kirchoff, pela aplicação da transformação $p\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$, resultavam no sistema de equações lineares:

$$Z_{ij}(p)\,\bar{I}_i = \begin{cases} 1 & j = 1 \\ 0 & j \neq 1, \end{cases}$$

usando a notação dos índices mudos. Porêm, se aplicarmos à rêde, em lugar da f. e. m. 1, uma f. e. m. $E(t)$, o sistema precedente tornar-se-á:

$$Z_{ij}(p)\,\bar{I}_i = \begin{cases} \bar{E}(p) & j = 1 \\ 0 & j \neq 1, \end{cases} \tag{7}$$

se admitirmos que a convergência dos integrais, que efectuam a transformação, existe e que, nas integrações por partes (ver § 2), a parte integrada tende para zero.

Pela resolução do sistema (7) vem:

$$\bar{I}_i = \frac{E(p)}{Z_{ii}(p)},$$

ou, se a f. e. m. $E(t)$ fôr aplicada na malha j:

$$\bar{I}_i = \frac{\bar{E}(p)}{Z_{ij}(p)}. \tag{8}$$

Agora, se a transformação $p\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$ fôr aplicada à corrente resposta $I_i(t)$, determinada pelo teorema da sobreposição, o valor que daí resulta deverá ser igual a (8), isto é:

$$\bar{I} = \int_0^\infty I(t)\,e^{-pt}\,dt = \frac{\bar{E}(p)}{p\,Z(p)}. \tag{9}$$

Esta fórmula importante, que foi estabelecida por Carson, é vulgarmente denominada «teorema do integral infinito».

4 — *Algumas conseqüências importantes do teorema da sobreposição.*

Conhecida a impedância simbólica duma rêde, é possível determinar a admitância indicadora e, com ela, pelo teorema da sobreposição, conhecer a resposta duma rêde a

uma determinada f. e. m $E(t)$. Isto equivale a dizer que a corrente duma rêde, pondo de parte a forma da f. e. m., é função exclusiva da sua impedância simbólica. Coma esta impedância simbólica se forma de maneira idêntica à impedância complexa utilizada em corrente alternada, segue-se que uma rêde é completamente caracterizada, quando se conhece a sua impedância complexa em função da freqüência. Esta conclusão conduz-nos ao seguinte importante resultado: «Se duas rêdes distintas são caracterizadas, para cada freqüência, pela mesma impedância complexa, essas rêdes comportam-se da mesma maneira não só em corrente alternada, mas também quando excitadas por uma f. e. m. qualquer, mesmo em regime transitório».

A propriedade precedente tem uma importância considerável e permite extrair dela casos particulares de conseqüências importantes. Por exemplo, se uma rêde tem uma determinada propriedade em corrente alternada, condicionada por uma relação entre os parâmetros característicos da rêde, independente da freqüência, então análoga propriedade deve persistir para o caso duma f. e. m. qualquer. Assim se o equilíbrio duma ponte é conhecido em corrente sinusoidal para uma relação determinada, entre os diferentes parâmetros e independente da freqüência, êsse equilíbrio é automàticamente realizado para qualquer f. e. m. É por isso que as pontes utilizadas em corrente alternada podem, em geral, ser substituídas por pontes em corrente contínua quando se analizam ao galvanómetro balístico as propriedades do estabelecimento ou da ruptura da corrente.

Os teoremas gerais sôbre as rêdes em corrente alternada são, em geral, fàcilmente generalizáveis para uma f. e. m. qualquer. Nos parágrafos seguintes serão deduzidos vários dêsses teoremas directamente, mas observar-se-á, desde já, que em alguns dêles o seu conhecimento em corrente alternada determina, pela análise das propriedades precedentes, a sua imediata generalização.

5 — *Teorema da sobreposição para uma f. e. m. sinusoidal.*

A expressão analítica do teorema da sobreposição dada pela fórmula 5 do § (4), pode transformar-se noutras expressões que, por vezes, são de mais fácil utilização.

Na fórmula (5) do § (4):

$$I(T) = E(o)A(T) + \int_o^T E'(\alpha)A(T-\alpha)\,d\alpha, \tag{1}$$

integremos por partes o integral do 2.º membro:

$$\int_o^T A(T-\alpha)E'(\alpha)\,d\alpha = \Big[E(\alpha)A(T-\alpha)\Big]_o^T - \int_o^T A'(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha = A(o)E(T) -$$

$$- A(T)E(o) - \int_o^T A'(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha. \tag{2}$$

Até aqui as derivadas têm sido tomadas em ordem a α. Porém, observando que $A'_\alpha(T-\alpha) = -A'_T(T-\alpha)$, (2) pode escrever-se:

$$A(o)E(T) - A(T)E(o) + \int_o^T A'_T(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha,$$

e substituíndo esta expressão com (1), resulta:

$$I(T) = A(o)E(T) + \int_o^T A'_T(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha. \tag{3}$$

Tomando em conta que o limite superior do integral $\int_0^T A(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha$ é função de T e derivando êsse integral, obtem-se:

$$\frac{d}{dT}\int_0^T A(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha=\int_0^T A'_T(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha+\Big[A(T-\alpha)E(\alpha)\Big]_0^T=$$

$$=\int_0^T A'_T(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha+A(o)E(T),$$

e, atendendo a (3):

$$I(T)=\frac{d}{dT}\int_0^T A(T-\alpha)E(\alpha)\,d\alpha, \tag{4}$$

que, pela simples mudança de variável $T-\alpha=\lambda$, toma a forma:

$$I(T)=-\frac{d}{dT}\int_T^0 A(\lambda)E(T-\lambda)\,d\lambda=\frac{d}{dT}\int_0^T A(\alpha)E(T-\alpha)\,d\alpha. \tag{5}$$

Apliquemos a expressão (5) ao cálculo da corrente resposta a uma f. e. m. sinusoidal $E\,\mathrm{sen}\,(\omega t+\varphi)$:

$$I(T)=\frac{d}{dT}\int_0^T A(\alpha).E\,\mathrm{sen}\,[\omega(T-\alpha)+\varphi]\,d\alpha=\frac{d}{dT}\int_0^T A(\alpha).E.\mathrm{sen}\,(\omega T+$$

$$+\varphi)\cos\alpha\omega\,d\alpha-\frac{d}{dT}\int_0^T A(\alpha).E\cos(\alpha T+\varphi)\,\mathrm{sen}\,\alpha\omega\,d\alpha=E\frac{d}{dT}\Big[\mathrm{sen}\,(\omega T+$$

$$+\varphi)\int_0^T A(\alpha)\cos\alpha\omega\,d\alpha-\cos(\alpha T+\varphi)\int_0^T A(\alpha)\,\mathrm{sen}\,\omega\alpha\,d\alpha\Big].$$

Efectuando a derivação, vem:

$$I(T)=E\omega\cos(\omega T+\varphi)\int_0^T A(\alpha)\cos\alpha\omega\,d\alpha+EA(T)\cos\omega T.\mathrm{sen}\,(\omega T+\varphi)+$$

$$+E\omega\,\mathrm{sen}\,(\omega T+\varphi)\int_0^T A(\alpha)\,\mathrm{sen}\,\omega\alpha\,d\alpha-E\cos(\alpha T+\varphi)A(T)\,\mathrm{sen}\,\omega T=$$

$$=EA(T)\,\mathrm{sen}\,\varphi+E\omega\,\mathrm{sen}\,(\omega T+\varphi)\int_0^T A(\alpha)\,\mathrm{sen}\,\omega\alpha\,d\alpha+E\omega\cos(\omega t+\varphi)\int_0^T A(\alpha)\cos\omega\alpha\,d\alpha \tag{6}$$

O que deve interessar, na fórmula precedentemente obtida, é separar o regime permanente da corrente, do regime transitório. O regime transitório, diminuindo constantemente com o tempo, é pràticamente nulo para valores grandes de T. Se a expressão

precedente, dada a configuração já conhecida de A (t). — fórmulas da expansão de Heaviside — tiver os seus integrais convergentes, quando T tende para $\overset{\text{ótimo}}{\infty}$, o resultado:

$$I_p(T) = E\,\omega \operatorname{sen}(\omega T + \varphi) \int_0^\infty A(\alpha) \operatorname{sen} \omega \alpha \, d\alpha + E\,\omega \cos(\omega T + \alpha) \int_0^\infty A(\alpha) \cos \omega \alpha \, d\alpha ,$$

determina a corrente de regime permanente, porque é uma função sinusoidal e, além disso, foi obtida para valores muito grandes de T, onde só êsse regimen persiste.

Por subtracção do regimen permanente ao valor total da corrente, dado por (6), obtem-se a expressão da corrente para o regime transitório:

$$(7) \quad I(T) = E\,A(T) \operatorname{sen} \varphi - E\,\omega \cos(\omega T + \varphi) \int_T^\infty \cos \omega \alpha \, A(\alpha) \, d\alpha - E\,\omega \operatorname{sen}(\omega T + \varphi) \int_T^\infty \operatorname{sen} \omega \alpha \, . A(\alpha) \, d\alpha \; .$$

6 — *Exemplos e aplicações*

a) Em que condições um condensador C, shuntado por uma resistência R, e pôsto em série com uma auto-indução L, shuntada por uma resistêncis idêntica R, se comporta como uma resistência pura, para qualquer f. e. m. aplicada aos bornes do conjunto?

A impedância simbólica podendo calcular-se, como a impedância imaginária da corrente alternada, fazendo $j\omega = p$, é:

$$Z(p) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Lp}} + \frac{1}{\frac{1}{R} + Cp} =$$

$$= \frac{L C R^2 p^2 + 2 L R p + R^2}{L C R p^2 + (R^2 C + L) p + R} = \frac{L C R^2 p^2 + 2 L R p + R^2}{L C R^2 p^2 + R (R^2 C + L) p + R^2} \, . R ,$$

e para que o circuito se comporte como uma resistência pura, qualquer que seja a natureza da f. e. m., é necessário que Z(p) não dependa de p. Para que isso suceda basta que:

$$2 L R = R (R C + L) \quad \text{ou} \quad L = R^2 C$$

e, portanto, quando $L = R^2 C$ o circuito é perfeitamente equivalente a uma resistência R, porque $Z(p) = R$.

b) Mostrar que, se a ponte de Anderson, está em equilíbrio para o regime permanente em corrente alternada, êsse equilíbrio persiste, no estado transitório, para uma bateria ou até para um f. e. m. qualquer.

Apliquemos as leis de Kircchoff, em corrente alternada, utilizando o método dos imaginários.

Obtém-se o sistema de equações, atendendo a que a corrente é nula no telefone:

$$R_1 I_1 = \frac{1}{j C \omega} I_2$$

$$\left(R_4 + \frac{1}{j C \omega}\right) I_2 + R_3 (I_2 - I_3) = 0$$

$$R_2 I_3 + R_4 I_2 - (L \omega j + R) I_1 = 0$$

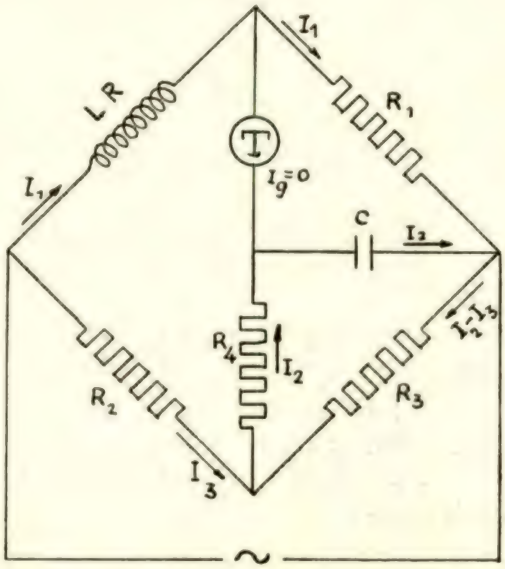


Fig. 5

Eliminando I_1, I_2, I_3, vem a relação:

$$j\omega(C R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_3 R_4 - L R_3) + (R_1 R_2 - R_3 R) = 0,$$

que, por identificação, conduz às duas condições

(1) $$L = C \frac{R_1}{R_3}(R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4)$$

(2) $$R R_3 = R_1 R_2$$

A segunda relação corresponde ao equilíbrio em corrente contínua e a primeira permite calcular L em função dos outros parâmetros da ponte. Além disso, atendendo ao que se disse no § 4, as duas relações, não dependendo da freqüência, asseguram o equilíbrio da ponte para qualquer f. e. m. Podemos, por exemplo, trocar a f. e. m. alternada por uma bateria e, com o galvanómetro balístico a substituir o telefone, procurar o equilíbrio na altura do estabelecimento ou da ruptura da corrente.

c) Que relação deve existir entre os braços da ponte da fig. 6 para que a corrente seja nula no G., qualquer que seja a f. e. m. ?

Quando a corrente no galvanómetro é nula, em regime permanente sinusoidal, têm-se as relações:

$$R_2 I_1 = R_4 I_2$$

$$[L_1 I_1 + M(I_1 + I_2)] j\omega + R_1 I_1 = R_3 I_2 + j L_2 \omega I_2,$$

que conduzem ao resultado:

$$\left(L_1 + M + M\frac{R_2}{R_4}\right)\omega j + R_1 = \frac{R_3 R_2}{R_4} + j L_2 \omega \frac{R_2}{R_4},$$

dando as duas condições:

1) $$L_1 + M = R_2 \frac{L_2 - M}{R_4},$$

2) $$R_1 R_4 = R_2 R_3,$$

que se podem resumir na expressão:

$$\frac{L_1 + M}{L_2 - M} = \frac{R_2}{R_4} = \frac{R_1}{R_3}$$

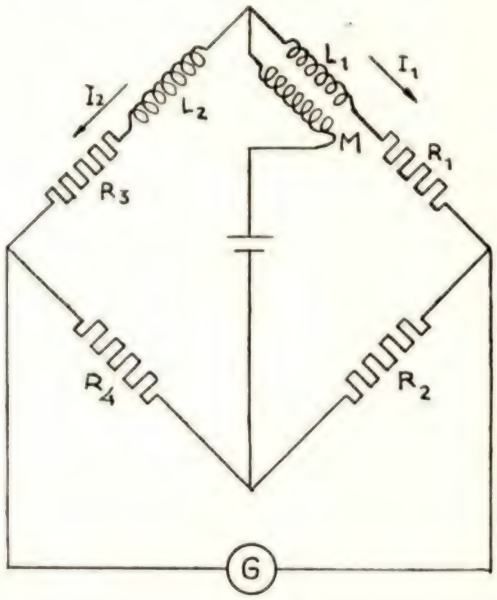


Fig. 6

Como estas relações são independentes da frequência, o equilíbrio da ponte persiste, para qualquer f. e. m. aplicada na diagonal.

d) Deduzir a forma da fórmula da expansão de Heaviside, para uma f. e. m. sinusoidal, duma rêde não impulsiva.

Suponhamos que a forma da f. e. m. é do tipo $E \cos(\omega t + \varphi)$. Pelas relações conhecidas:

$$\operatorname{sen} \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \qquad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{j\omega t}}{2}, \tag{1}$$

o cálculo da fórmula da expansão pedida fica limitado ao duma f. e. m. do tipo $e^{j\omega t}$. Como o teorema da sobreposição é dado pela expressão:

$$i(t) = E(0)\,A(t) + \int_0^t A(t-\alpha)\,E'(\alpha)\,d\alpha,$$

vem, para o nosso caso:

$$i(t) = A(t) + j\omega \int_0^t A(t-\alpha)\,e^{j\alpha\omega}\,d\alpha$$

e fazendo a mudança de variáveis $\alpha = t - U$:

$$i(t) = A(t) + j\omega\, e^{j\omega t} \int_0^t A(k)\,e^{-j\omega U}\,dU$$

Aplicando a fórmula da expansão de Heaviside para o caso da f. e. m. 1, que é, como sabemos:

$$A(k) = \frac{1}{Z(0)} + \Sigma \frac{e^{b_k U}}{b_k\, Z'(b_k)},$$

vem:

$$i(t) = \frac{1}{Z(0)} + \Sigma \frac{e^{b_k t}}{b_k\, Z'(b_k)} + \frac{j\omega\, e^{j\omega t}}{Z(0)} \int_0^t e^{-j\omega U}\,du + j\omega\, e^{j\omega t}\, \Sigma \int_0^t \frac{e^{(b_k - j\omega)U}}{b_k\, Z'(b_k)}\,du.$$

Efectuando as integrações e simplificando, obtém-se:

$$i(t) = \Sigma \frac{e^{b_k t}}{b_k Z'(b_k)} + \frac{1}{Z(o)} e^{j\omega t} + j\omega\, e^{j\omega t}\, \Sigma \frac{e^{(b_k - j\omega)t}}{b_k (b_k - j\omega)\, Z'(b_k)} + j\omega\, e^{j\omega t}\, \Sigma \frac{1}{b_k (j\omega - b_k)\, Z'(b_k)}.$$

Decompondo os dois últimos somatórios:

$$i(t) = \Sigma \frac{e^{b_k t}}{b_k Z'(b_k)} + \frac{e^{j\omega t}}{Z(o)} - \Sigma \left(\frac{1}{j\omega - b_k} + \frac{1}{b_k} \right) \times \frac{e^{b_k t}}{Z'(b_k)} + e^{j\omega t}\, \Sigma \left(\frac{1}{j\omega - b_k} + \frac{1}{b_k} \right) \times \frac{1}{Z'(b_k)} \qquad (1)$$

e tomando em atenção a fórmula já estabelecida (§ (2)):

$$\frac{1}{Z(p)} = \Sigma \frac{1}{(p - b_k)\, Z'(b_k)},$$

que se pode substituir em (1) fazendo $p = j\omega$ e $p = o$, vem:

$$i(t) = \Sigma \frac{e^{b_k t}}{b_k Z'(b_k)} + \frac{e^{j\omega t}}{Z(o)} + \Sigma \frac{e^{b_k t}}{(b_k - j\omega)\, Z'(b_k)} - \Sigma \frac{e^{b_k t}}{b_k Z'(b_k)} - \frac{e^{j\omega t}}{b\, Z(o)} + e^{j\omega t} \cdot \frac{1}{Z(j\omega)},$$

donde, finalmente:

$$i(t) = \frac{e^{j\omega t}}{Z(j\omega)} + \Sigma \frac{e^{b_k t}}{(b_k - j\omega)\, Z'(b_k)}. \qquad (2)$$

A fórmula obtida corresponde a uma f. e. m. $e^{j\omega t}.e$, para calcularmos a resposta da rêde a uma f. e. m. de qualquer dos tipos $\operatorname{sen}\omega t$ ou $\cos\omega t$, basta atender às expres-

sões (1), mudando em (2) $j\omega$ em $-j\omega$. É, todavia, mais simples separar a parte real da parte imaginária em (2). Vê-se que, neste caso, a resposta ao coseno corresponde à parte real, enquanto a resposta ao sêno corresponde ao coeficiente da parte imaginária Isto é justificado, imediatamente, pelas expressões (1). Para as f. e. m., em que entra uma diferença de fase φ, basta aplicar as fórmulas da trigonometria e entrar depois com as relações precedentes.

6 — *Teorema da compensação*

Uma propriedade freqüentemente utilizada na teoria dos circuitos, e que às vezes é denominada teorema da compensação, apresenta-se com especial interêsse na teoria dos circuitos com parâmetros concentrados variáveis. A sua demonstração é imediata e não apresenta qualquer dificuldade, resultando directamente das leis de Kirchhoff: «Uma porção de circuito pode ser substituída por uma f. e. m. cujo valor seja, em cada instante, exactamente o mesmo que o valor da diferença de potencial nos bornes dessa porção de circuito».

Como um caso particular, podemos incluir aquêle que corresponde ao duma rêde excitada pela f. e. m. unidade, quando se consideram os valores transformados. Se a impedância simbólica dessa porção de circuito é $Z(p)$ e a corrente transformada é $\bar{I}$, então podemos substituir essa fracção de circuito por uma f. e. m. transformada $-Z(p)\bar{I}=\bar{e}(p)$. Reconhece-se, sem dificuldade, que êste resultado se obtem passando aquêle valor para o segundo membro do sistema transformado.

Suponhamos que, numa rêde de parâmetros constantes, há um parâmetro variável função da corrente, do tempo, ou de qualquer outra variável. A corrente ao atravessá-lo dá origem a uma diferença de potencial V que será substituída por uma f. e. m. $e=-V$, conforme o teorema da compensação. Daqui resulta que a rêde pode ser considerada como excitada pelas duas f. e. m. E e $-V$, a primeira sendo a verdadeira fonte de energia. Pela aplicação do teorema e do princípio da sobreposição determinam-se duas relações, das quais uma é uma equação integral como será visto mais tarde, no estudo das rêdes com parâmetros variáveis.

7 — *Teoremas sôbre a condição de oscilação livre das rêdes.*

A admitância indicadora é composta de duas partes: uma contínua que corresponde ao regime permanente, e uma outra que consiste num somatório de exponenciais, e que corresponde ao regime transitório. Quando as correntes fluem livremente, à custa da energia electromagnética que a rêde possuía antes do instante $t=o$, na expressão das correntes interveem exponenciais do mesmo tipo que no caso da admitância indicadora, embora multiplicadas por coeficientes constantes, em regra diferentes, que posteriormente determinaremos. Para uma corrente determinada I_j, as exponenciais ficam precisamente definidas, como já se viu, pelas raízes da equação:

$$|z_{ij}(p)| = o, \qquad (1)$$

em que $z_{ij}(p) = L_{ji}\,p + \dfrac{1}{C_{ij}\,p} + R_{ij}$.

Quando tôdas as malhas, que compõem a rêde, possuem resistência, demonstramos no § 1 que as raízes de (1) são forçosamente negativas ou complexas com parte real negativa. Uma generalisação simples dêste facto vai-nos mostrar que basta que, em qual-

quer parte da rêde, exista uma resistência, para que as raízes de (1) sejam do tipo precedente. Com efeito, pelo teorema da compensação, podíamos substituir uma fracção do circuito por um f. e. m., equivalente à d. d. p. nos seus bornes. Se algumas das exponenciais não for negativa, ou não tiver uma parte real negativa, essa f. e. m. ou cresce constantemente com o tempo ou tem, pelo menos, uma componente sinusoidal. De qualquer das maneiras, essa f. e. m. provocará na resistência uma dissipação de energia que cresce para além de qualquer limite. Como a energia disponível numa rêde livre é forçosamente limitada, um tal facto é notòriamente contraditório. E' evidente que o raciocínio precedente implica a hipótese prévia da corrente na resistência tender para zero, pelo anulamento das constantes que dariam origem às exponenciais não negativas, ou de parte real não negativa, porque, se assim não sucedesse, a contradição indicada precedentemente, seria óbvia.

Estudemos o caso particular duma rêde sem condensadores isto é tal que $C_{ij} = \infty$ para todos os valores de i ou j. Para isso consideremos n circuitos distintos e isolados, não capacitivos. É evidente que o conjunto dêsses circuitos, supostos todos tais que, para cada um, $\frac{R_{ii}}{L_{ii}}$ seja diferente, pode ser considerado como uma rêde em que $L_{ij} = o$ e $R_{ij} = o$, para i diferente de j. O determinante $|Z_{ij}|$, ficando reduzido à diagonal principal, terá evidentemente como raízes:

$$\alpha_i = -\frac{R_{ii}}{L_{ii}} \qquad i = 1, 2 \ldots n,$$

que serão tôdas distintas. Uma rêde qualquer de n malhas, sem condensadores, pode sempre supor-se obtido a partir duma aproximação contínua de n circuitos distintos e independentes do tipo precedente. Ora concebe-se imediatamente como impossível, que alguns pares das n raízes α_i, tôdas distintas, possam, pela deformação contínua dos n circuitos, dar origem a alguns pares de raízes imaginárias conjugadas que, como se sabe, têm uma parte real idêntica. Duma maneira similar, se entre os n circuitos distintos, de que partimos, havia dois tais que:

$$\frac{R_{ii}}{L_{ii}} = \frac{R_{pp}}{L_{qq}},$$

poderiamos considerar uma rêde análoga em que a igualdade precedente não existisse. Essa rêde daria origem, pela deformação, a raízes tôdas negativas e vê-se, sem dificuldade, que uma tal rêde manteria as raízes negativas, no caso limite em que, por uma nova deformação contínua, fôssemos conduzidos à relação anterior.

Raciocinando da mesma forma se concluía que, numa rêde em que todos L_{ij} fôssem nulos, as raízes do determinante $|Z_{ij}|$ eram tôdas negativas. Portanto, quando faltam ou as capacidade, ou as auto-induções (incluindo as induções mútuas), não existem na rêde oscilações amortecidas.

Estabelecemos, por considerações físicas, que os determinantes da forma:

$$| L_{ij}\, p + R_{ij} | \tag{2}$$

têm raízes negativas quaisquer que sejam os L_{ij} e os R_{ij}, desde que obedeçam à condição de serem positivos. Daqui é fácil concluír que o determinante:

$$\left| L_{ij}\, p + \frac{1}{C_{ij}\, p} \right| = p^n \left| L_{ij}\, p^2 + \frac{1}{C_{ij}} \right|, \qquad L_{ij} > o \quad C_{ij} > o$$

só pode ter raízes imaginárias. Com efeito, o determinante da última expressão é do

tipo (2), e portanto p^2 só pode ter raízes negativas, o que leva a concluír que p só terá pares conjugados de raízes imaginárias puras. Ora os pares de raízes imaginárias puras conduzem a uma expressão sinusoidal, donde a conclusão imediata: Uma rêde sem resistências só tem oscilações livres sinusoidais não amortecidas quando, em cada malha, possui capacidades e auto-induções. É claro que só tratamos aqui dos casos extremos e, como conclusão, podemos dizer:

Uma rêde sem resistências tem oscilações livres sinusoidais, emquanto uma rêde com resistências, mas com falta de condensadores ou de auto-induções, não pode ter oscilações, mesmo que sejam amortecidas.

8 — *Teorema da reciprocidade* e *Teorema* de *Thévenin.*

Enunciamos e demonstramos já, (veja-se § 2), o teorema da reciprocidade para o caso duma f. e. m. do tipo 1 e verificamos que é verdadeiro, mesmo para o regime transitório. Viu-se ainda que êsse resultado era conseqüência das relações $z_{ij} = z_{ji}$ que, por sua vez, implicavam a igualdade das impedâncias simbólicas mútuas Z_{ij} e Z_{ji}. Ora provou-se no § 4 que as impedâncias simbólicas caracterizavam a resposta da rêde para qualquer f. e. m. e, como conseqüência dêste facto, fica imediatamente provado o teorema da reciprocidade, para o caso geral.

Um outro teorema, de aplicação corrente no regimen permanente em corrente alternada, e de fácil generalização, é o teorema de Thévenin. Recordemos o seu enunciado em corrente alternada. Suponhamos, para isso, (fig. 7) que, a uma rêde R, é aplicada uma f. e. m. sinusoidal de amplitude E, por intermédio dos terminais A, B e que, num instante qualquer, uma rêde R' é ligada à rêde R, utilizando os terminais secundários C, D. Qual será, nestas condições a corrente em C D.? A resposta é dada imediatamente pelo teorema de Thévenin: A corrente em C D é igual à que daria uma f. e. m. aí aplicada, idêntica à diferença de potencial entre C e D, antes da ligação de R_1 e possuindo uma impedância imaginária interna $Z(j\omega)$, precisamente análoga à impedância da rêde B vista de C D e fechada em A B sôbre a impedância da fonte E. Se a impedância de R', vista de C D, fôr $Z_1(j\omega)$ tem-se, portanto, para o enunciado analítico do teorema de Thévenin:

$$i_{cd} = \frac{V_c - V_D}{Z(j\omega) + Z_1(j\omega)} = \frac{V}{Z(j\omega) + Z_1(j\omega)}. \qquad (1)$$

Suponhamos agora que, pelos métodos peculiares à corrente alternada, determinamos, antes da ligação de R_1, o operador imaginário que determina $V_c - V_D$ a partir de E, isto é, que se tem: $V = f(j\omega) . E$. Por substituïção em (1), obtem-se imediatamente:

$$i_{cd} = \frac{f(j\omega) . E}{Z(j\omega) + Z_1(j\omega)},$$

expressão que permite calcular i_{cd} a partir de E.

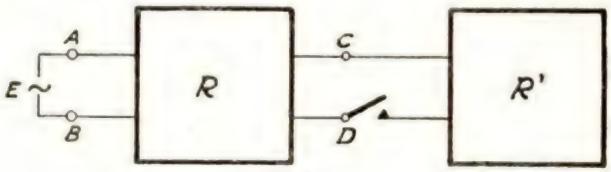


Fig. 7

Como já sabemos que uma propriedade em corrente alternada se mantém, para uma f. e. m. 1, quando se substituem os valores verdadeiros pelos valores transformados e $j\omega$ por p, tem-se:

$$\frac{1}{Z_{cd}} = A_{cd}(p) = \frac{f(p)}{Z(p) + Z_1(p)} \qquad (2)$$

representando por $A_{cd}(p)$ a admitância simbólica mútua entre A B e C D.

Aplicando a fórmula 9 do § 4, que traduz o teorema do integral infinito, vê-se que a expressão 3 se transforma, para uma f. e. m. qualquer E(t), na expressão generalizada do teorema de Thévenin:

$$\bar{i}_{CD} = \frac{f(p)E(p)}{Z(p) + Z_1(p)} \tag{3}$$

A relação (1) pode demonstrar-se, para uma f. e. m. 1, de maneira absolutamente análoga à que é uso fazer-se para a corrente alternada. Se supusermos, com efeito, entre os bornes CD, intercalada em série com R, uma f. e. m. em oposição com V, e precisamente igual a êste valor, nenhuma corrente fluïrá de R para R_1.

Mas, para esta nova f. e. m., é fácil calcular a corrente produzida em CD, pois que a impedância própria, oferecida pelo conjunto de R e R_1, sendo $Z(p) + Z_1(p)$, o seu valor terá a seguinte expressão:

$$\bar{i} = -\frac{\bar{V}}{Z(p) + Z_1(p)} .$$

Ora, pelo princípio da sobreposição, havendo duas f. e. m. que, no seu conjunto, dão origem a uma corrente nula, ter-se-á obrigatòriamente:

$$\bar{i}_{CD} + \bar{i} = 0$$

e portanto:

$$\bar{i}_{CD} = \frac{\bar{V}}{Z(p) + Z_1(p)} ,$$

que é a relação equivalente a (1) para a f. e. m. 1.

(Continua)

BIBLIOGRAFIA

Julius Grant – Hackh's Chemical Dictionary—429$00.

R. de Darkness — Libro del Radio e del Reparador — 60$00

A. J. Seavy — Manual Práctico del Tornero Mecánico — 12c$00.

R. Doerfling — Tratado de Matemáticas para Ingenieros y Técnicos – 195$00.

M. Guiu Casanova — Lo que es el Cálculo Infitésimal — 42$co.

R. Caviedes — J. Hidalgo — Enciclopédia de la construccion, 2 vols – 600$00.

H. Dubbel — Manual del Constructor de Máquinas, 2 vols., (nova edição) — 420$00.

P. Forjaz — Introdução à Química Orgânica, (nova edição) — 60$00.

Pablo Karrer — Tratado de Química Orgânica — 360$00.

— Comisión Electrotécnica Internacional Símbolos Internacionales — 15$00.

— Normas para las Instalaciones Eléctricas de Baja Tensión — 15$00.

J. L. G. Navarro — Saltos de Agua y Presas de Embalse, Tomo I – 420$00.

J. J. Weir — Blueprint Reading for the Machine Trades — 66$00.

K. Steiner — Oil Burner Service Manual — 187$00.

I. M. Kolthoff — Polarography — 175$00.

H. Rietschel — Tratado de Calefacción e Ventilacción — 210$00.

Wizinger — Carbón aire y agua — 75$00.

J. L. Escario — Caminos, 2 vols. — 600$00.

T. Carreras Soto — Engranajes (Trazados Teorico y Pratico) – 90$00.

J. M. Pla — Elementos de Quimica — 45$00.

Domingo Támaro – Tratado completo del Motor de Explosión — 120$00.

H. Kluth - La Maravillosa Técnica Moderna—105$00

Trabajos de talier :

XXII – Combustibles y Aceites — 60$00.

XXIII — El A B C de la Construcción de Modelos Máquinas y Herramientas de Trabajo de la Madera — 60$00.

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Não periódices

Por amor da juventude, pelo Prof. Dr. Marcelo Caetano.

Pequena História das Doutrinas Económicas, edição da U. N. em colaboração com o S. N. I.

Periódicas

BRASIL

REVISTA DO CLUB DE ENGENHARIA — Agôsto de 1944.

ESPANHA

DYNA — Fevereiro de 1945.

CEMENTO — Fevereiro de 1945.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS — Fevereiro de 1945.

PORTUGAL

AFINIDADES — N.º 9 e 10.

A ARQUITECTURA PORTUGUESA E CERÂMICA E EDIFICACÃO – Janeiro 1945.

AGROS — Março-Abril de 1944.

BOLETIM DA JUNTA NACIONAL DE CORTIÇA — Fevereiro de 1945.

BOLETIM DA SOCIEDADE DE GEOGRAFIA — Nov.-Dez. 1944.

BOLETIM DA MOCIDADE PORTUGUESA N.º 2, vol. V, 1945.

BROTÉRIA — Fasc. 2 de 1945.

CLÍNICA, HIGIENE E HIDROLOGIA – Janeiro de 1945.

ESTUDOS — Fasc. 2, 1945.

GAZETA DOS CAMINHOS DE FERRO — N.ºs 1371 e 1372.

GIL VICENTE — N.ºs 1 e 2 de 1945.

INDÚSTRIA PORTUGUESA – Fevereiro de 1945.

OCIDENTE — Fevereiro de 1945.

REVISTA DA ORDEM DOS ENGENHEIROS — Fevereiro de 1945.

SEARA NOVA — N.ºs 913 a 918.

518.3 : 624.131 Nomografia

Construção de um nomograma para cálculos da análise mecânica dos solos — *A. L. Azevedo.*

Agros, XXVII, n.º 2, pág. 58.

532.5 Hidrálica

El golpe de ariete. Solucion gráfica general — *E. Vallarino.*

Revista de Obras Públicas, n.º 2758, pág. 42, (2-945).

Análise preparatória para a exposição do método de Bergeron com Bibliog.

621.31

Los rectificadores de vapor de mercurio de muy alta tension.

Revista de Obras Públicas, n.º 2758, pág. 58, (2-945).

621.31

La electrificacion Madrid-Avila y Villalba-Segovia — *J. M. O. Gatell.*

Revista de Obras Públicas, n.º 2758, pág. 52, (2-945).

Sub-estações — Conclusão.

627.5 : 624.1 Obras marítimas

Cimentación con cajones metálicos del dique de N. Orleans.

Revista de Obras Públicas, n.º 2758, pág. 60, (2-945).

628.15

Nuevo modelo de toma de agua.

Revista de Obras Públicas, n.º 2758, pág. 63, (2-945).

Descrição do modêlo usado em Los Angeles, que consta de grelhas apoiadas em anéis de B. A. suportados por pilares dêste material.

628.15

Arrastre de aire en las tuberias.

Revista de Obras Públicas, n.º 2758, pág. 61, (2-945).

628.31 Águas residuais

Composicion del liquido cloacal de la ciudad de Mendoza. C E. Cietz.

La Ingenieria, n.º 838, pág. 601, (7-945).

Extracção de amostras, ensaios feitos, e técnicas analíticas empregadas. Quadros e gráficos.

628.35

La depuracion de las águas residuales de Madrid — *J. M. G. Pajares.*

Revista de Obras Públicas, ano XCII, pág. 75, (1-945).

O problema e a solução adoptada para tratamento dos esgotos. Descrição do projecto definitivo duma estação depuradora e das obras.

628.36 : 631.6

Aspecto agrícola de la depuracion de las águas residuales.

Revista de Obras Públicas, ano XCII, n.º 2756, pág. 662, (1-11-944).

Transcrição de Gesundheits. Ingenieur n.º 66.

628.394

Algumas consideraciones sobre la impurificación de los rios — *H. Clay. Tr. J. G. Pajares.*

628.517 Isolamentos

Porquê isolamentos à base cortiça — *H. de Medeiros.*

Boletim do I. N. de Cortiça, n.º 76, (2-945).

628.9 Iluminação

Noções gerais sôbre iluminação de interiores — *A. L. Monteiro.*

Boletim da Ordem dos Engenheiros, ano II, n.º 12, pág. 40, (Nov./Dez. 1944).

Fotometria, cálculo da iluminação produzida, a visão; organização dos projectos.

629.13 Aviação

Los limites de las qualidades de vuelo — *J. Kleinwachter.*

Investigacion y Progresso, ano XV, pág. 288.

661.25 Indústria química

Contribucion al estudio de la conposión del plano en la fabricación del ácido sulfúrico por los sistemas de tonnes.
Dyna, Ano 20, n.º 1, pág. 18.

Métodos de ensaio; 18 tabelas.

661.7

El carbon y la industria quimica.
Dyna, Ano 20, n.º 1, pág. 23.

Classificação, transformações; custo da energia eléctrica.

669.183 Siderurgia

El horno Terni en la fabricación de acero — *J. M. Iñiguez.*
Dyna, Ano 20, n.º 1, pág. 5.

Fundamento e comparação com outros fornos. Defeitos. Fotografias, esquemas e tabelas.

691.16

Alquitranes fillerizados: su tecnica y estudiadas aplicaciones — *M. Ahijón.*
Revista de Obras Públicas, ano XIII, n.º 2756-2757, pág. 639,15.

Tratamentos dos betumes em bruto; produtos da sua destilação.
Fillers aconselháveis. Ensaios, conclusões. Bibliografia.

91.3 : 627.221.13 Materiais

Breves apreciaciones sobre cementos especiales para obras marítimas. — *G. B. Herraiz.*
Revista de Obras Públicas, ano XCII, n.º 2756, pág. 32, (1-12-944).

Um acidente ocorrido no pôrto de Vigo devido ao ataque do cimento pela água do mar.
Vantagens dos cimentos pozolânicos nestas obras.
Artigo premiado num concurso da revista «Cemento».

691.54 : 691.87

Las grietas en el hormigon armado sus causas y medios prácticos para evitar-las — *P. Moenaert.*
Revista de Obras Públicas, n.º 2757, pág. 25, (1-945).
Transcrição da «Travaux».

693.55 : 628.13 Construções Civis

Cálculo dos reservatórios circulares de betão armado — *J. G. Alvarez.*
Técnica, n.º 152, pág. 155.

Processo de cálculo em que se atende aos esforços de flexão visando um melhor aproveitamento do material.

693.55 : 628.13

Construccion económica de tanques de hormigon armado.
La Ingenieria, pág. 641, (7-944).

A economia de ferro mediante um enrolamento de arame sob uma tensão do 105,465 kg/mm²

692.1

Quanto tiempo dura un techo de fibrocimento?
La Ingenieria, pág. 640, (7-944).

Cita diversos exemplos de telhas de fibrocimento com cêrca de 40 anos em perfeitas condições.

695.3 : 624.92

Cobertiza de hormigon armado constituido por una boveda cascara - *Zuker e Perera.*
La Ingenieria, n.º 838, pág. 628, (7-944).

Exame de estruturas sob o ponto de vista construtivo (continuação).

699.841

Temblores de tierra y construcciones assismicas. — *Kulik.*
La Ing., pág. 248, (4-944).

725.74 : 628 Arquitectura

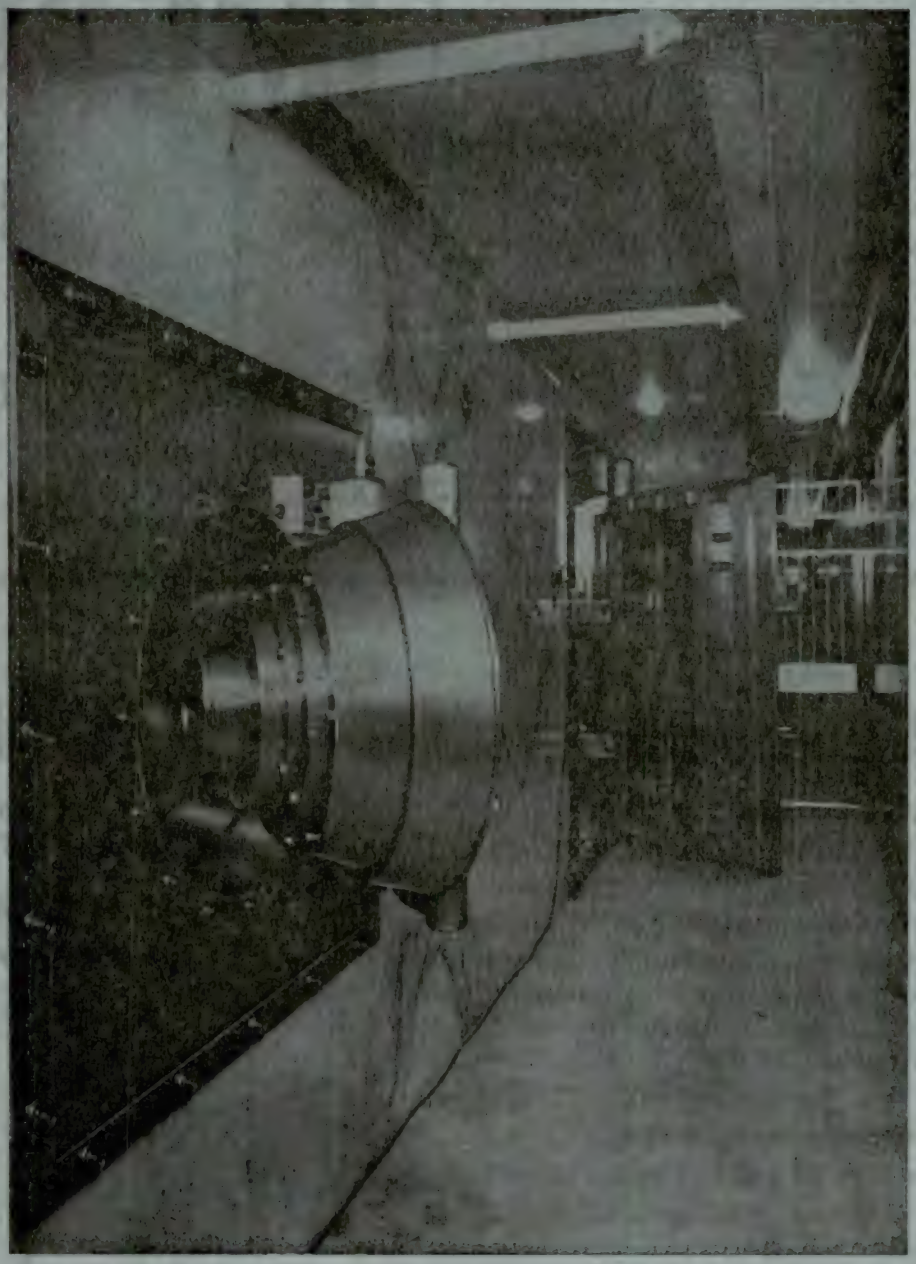
El problema sanitario en las piscinas — *R. R. Ramon.*
Dyna n.º 11, pág 547, (11-944).

725.826

Le nouveau Stade de Foot-ball de Buenos Aires.
Le G. C n.º 3126, (1-2-944).

Cofres e Casas Fortes

Fábrica Portugal



Corredor de CASA-FORTE com porta principal e porta de socorro

instalado no edifício da CASA DA MOEDA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

CONTRA A HUMIDADE

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONE 20879 TELEG. EPALDA—LISBOA

Sondages. Etanchements. Consolidations

"Procédés Ródio"

Sondagens geológicas
Estudo da resistência e permeabilidade de terrenos; laboratório geofísico
Consolidação e impermeabilização de terrenos e alvenarias por meio de injecções de cimento, produtos químicos, emulsão betuminosa Shellperm, etc.
Estacas de beton armado, sistema **Ródio** sem fazer trepidar o solo
Rebocos comprimidos por «cement gun»
Fundações em terrenos difíceis por congelação artificial, ou baixando o nível da água friática.

Sociedade Anónima com séde em PARIS

As melhores referências no país e no estrangeiro

Engenheiro delegado para Portugal

Walter Weyermann

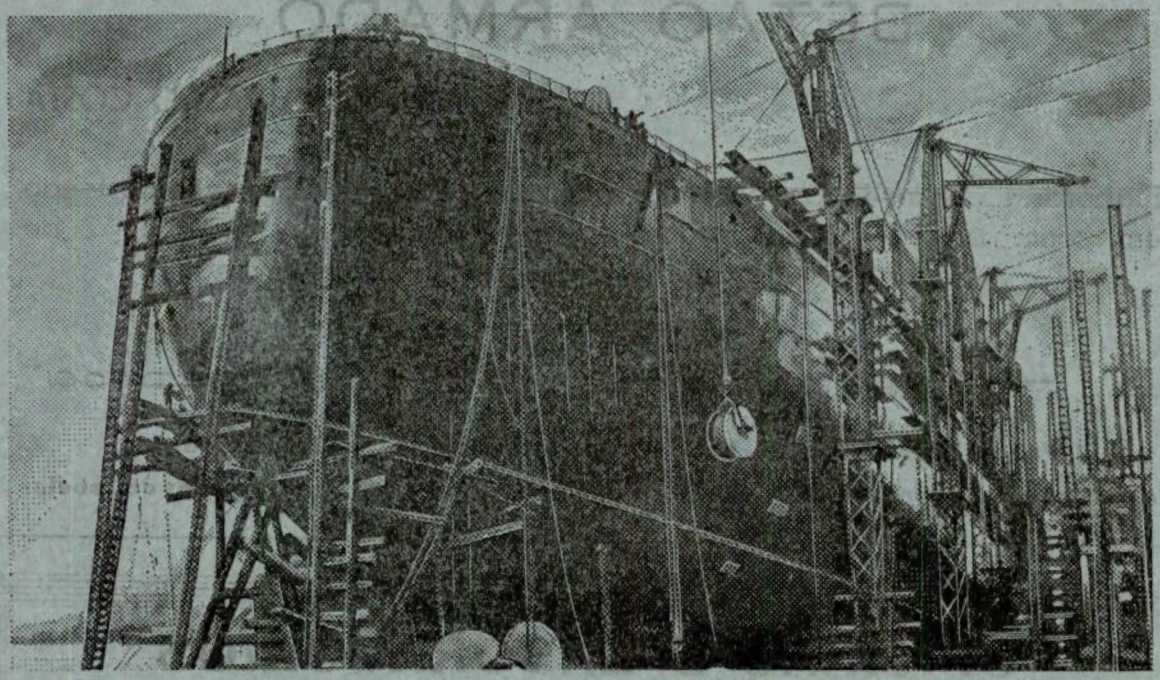
P. do Município, 32-2.º—LISBOA Tel. 2 8685

G.E.C.

THE GENERAL ELECTRIC CO. LTD., OF ENGLAND

NA GUERRA COMO NA PAZ

NA VANGUARDA DO PROGRESSO DA ELECTRICIDADE



A aparelhagem eléctrica da G. E. C. foi instalada, antes da guerra, em navios de tôdas as classes de serviço. Muitos dêstes navios mais importantes, como os luxuosos transportes movidos por turbo-eléctricos, os cargueiros com descarga automática eléctrica, os rebocadores movidos a diesel-eléctricos, os ferries-boats, foram equipados completamente pela G. E. C. — pioneiros da manufactura eléctrica na Gran-Bretanha. Durante a guerra, provàvelmente não houve barco de guerra ou de carga Britânico que não fôsse apetrechado com qualquer equipamento eléctrico da G. E. C.

A G. E. C. serve tôdas as indústrias essenciais da mesma maneira e a grandeza de tal trabalho teve necessidade de uma reversão completa na produção do tempo de paz, com o fim de acudir às prioridades de guerra. As mudanças no desenho e na técnica têm sido constantes, e estas alcançarão grandes efeitos no futuro,

Quando a paz voltar, a experiência da Companhia abrangendo tôda a aplicação da electricidade. incluindo o ramo importante dos electrónicos, ficará à disposição de todos os interessados em tôda a parte do mundo, para execução de esquemas eléctricos de qualquer magnitude.

ESQUEMAS DE ELECTRIFICAÇÃO

Os esquemas da electrificação da G. E. C., foram aplicados em tôdas as indústrias, incluindo: fábricas de Aviões, Automóveis, Locomotivas, Vagões e Carruagens de Caminho de Ferro, e também nas indústrias: Mineira, Química, Téxtil, Ferro, Aço, Cobre e Refinarias de óleo, etc., etc.

THE GENERAL ELECTRIC CO., LTD., MAGNET HOUSE, KINGSWAY, LONDON.

REPRESENTANTES:

THE ENGINEERING COMPANY OF PORTUGAL LTD

RUA DOS REMOLARES, 12-1.º — LISBOA

Acaba de ser publicada a

ADENDA
ÀS
TABELAS PARA O CÁLCULO
DO
BETÃO ARMADO

Pelo eng.º FERNANDO VASCO COSTA

Elaborada de modo a permitir a utilização das referidas tabelas tendo em conta as alterações introduzidas pelo decreto n.º 33:021 de 2 de Setembro de 1943 ao Regulamento do Betão Armado

A' venda na Redacção da "Técnica"

Preço da «ADENDA» 15$00. Desconto de 10 % aos assinantes

A redação da «Técnica» já não dispõe de exemplares para satisfazer pedidos de Tabelas

OFICINAS E LABORATÓRIOS
DO
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

Emprêsa de Sondagens e Fundações

Teixeira Duarte, L.da

Sondagens geológicas

—

Consolidações do solo

—

Impermeabilização de rochas

—

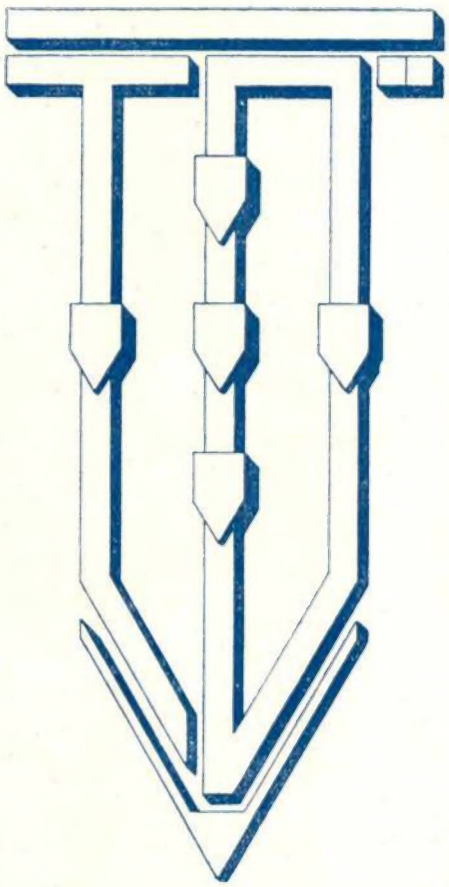
Poços artezianos

—

Rebaixamentos do nível freático

—

Captações de água subterrânea



Fundações de todos os géneros

—

Alicerces económicos

—

Estacas de todos os tipos

—

Consolidação de más fundações

—

Obras hidráulicas

—

Obras subterrâneas

Fundador e Director: **Eng. Ricardo E. Teixeira Duarte**

NOVA SEDE

LISBOA — RUA DA BETESGA, 57, 3.°

TELEFONE 2 3962

SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE.

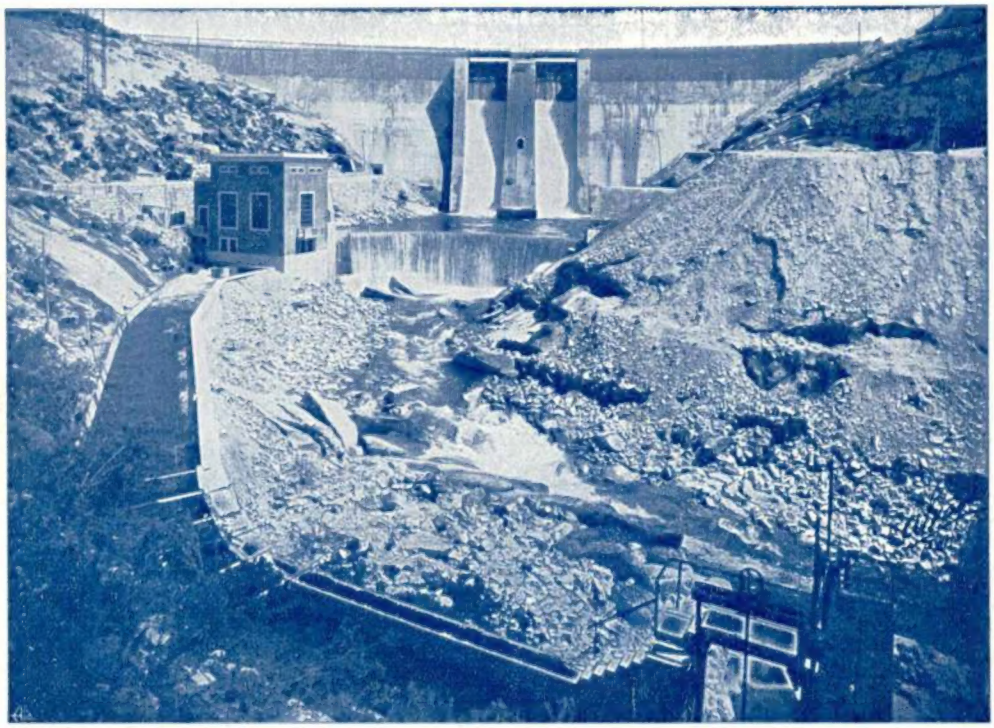
BADEN (SUISSA)

Representante geral para Portugal e Colónias:

EDOUARD DALPHIN

Escritório Técnico: Praça de D. João I, 25, 3.º Dir. // PORTO // Tel. 2411

Máquinas eléctricas, transformadores, mutadores, aparelhos para alta e baixa tensão. Montagem completa de centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de fábricas e de caminho de ferro. Locomotivas, e auto-motoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Máquinas de extracção. Turbinas a vapor. Geradores de vapor Velox. Máquinas frigoríficas. Grupos e transformadores para a soldadura pelo arco. Fornos eléctricos. Comandos eléctricos especiais para tôdas as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Cimento, Moagem, etc.



Barragem do Ermal, da Companhia Electro-Hidráulica de Portugal, com 20 milhões de metros cúbicos de capacidade da albufeira. Na parte central, duas comportas automáticas, da casa construtora «Ateliers des Charmilles», de 9×5 metros, para a evacuação das cheias. Em baixo, a central automática de Guilhofrei (I) com uma turbina vertical tipo Kaplan (Ateliers des Charmilles) de 2750 cavalos e o canal de condução da água à central do Ermal (central II) com uma turbina vertical tipo Francis de 6250 cavalos (Ateliers des Charmilles) e duas horizontais (Escher-Wyss) de 500 e 1500 cavalos. Tôda a parte eléctrica (alternadores, transformadores, aparelhos de 2000 e 30000 Volts) da casa BROWN, BOVERI & Cie.